

Mathematica 体験 (1) 入門

かつらだ まさし
桂田 祐史

2013年6月12日

この授業用の WWW ページは <http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/>

今日は最初の 20~30 分、課題 8B に使います。

1 連絡事項

先週はこちらの準備が不十分で、不必要に戸惑わせたと思います。ごめんなさい。

- 今更ですが、前回の「 $\tan^{-1}x$ のテイラー級数で π を計算しよう」¹ の piarctan.BAS の 4 行目 INPUT X は X=1 とすべきだったな、と反省しています (資料は訂正しました)。なぜかという、 $4 \tan^{-1}1$ を計算して π と比較するのが目的のプログラムなので、決まりきった $x = 1$ を入力させるのは変だから、です。
- 前回は小数点以下 100 位まで結果を載せるように言いましたが (kadai8a.pdf ではそうやってもらいましたが)、工夫しないと紙の幅におさまりきらないので、課題 8B では 50 位までで良いことにします。

2 Mathematica を始めよう

2.1 イントロ

代表的な **数式処理系** (computer algebra system) である **Mathematica** を体験します。**数式処理** (symbolic manipulations) でどういことが出来るのか、雰囲気をつかんで、今後の学習・研究の補助手段にしてもらおう、というねらいです。

Mathematica に関する WWW 上の情報は豊富です (以前は書籍も豊富だったのですが最近では減りつつあります)。この授業用にも、『Mathematica 入門』² を用意してあります。

¹<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/jouhousyori2-2013-08/node7.html>

²<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/mathematica/>

2.2 Mathematica ってこんなもの (まずは触ってみる)

Mathematica は色々なコンピューター環境に用意されています。

2.2.1 情報処理教室の Windows 7 マシンでの Mathematica の起動法&利用法で一番大事なこと

1. スタート・メニューから [すべてのプログラム (P)] → [Wolfram Mathematica] → [Wolfram Mathematica 7] を選択して起動する。

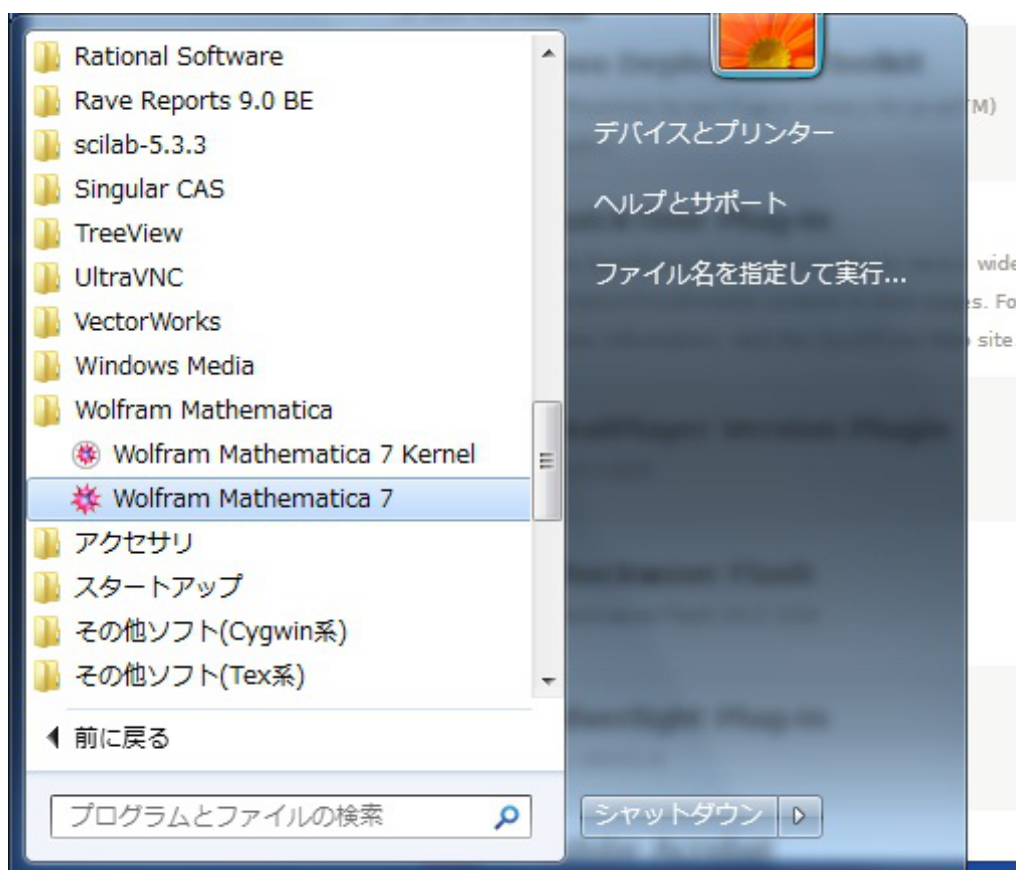


図 1: [すべてのプログラム (P)] → [Wolfram Mathematica] → の Wolfram Mathematica 7

2. 起動すると「名称未定義-1」という名前のウィンドウが現れる。ここにキーボードからコマンドをタイプして、最後に **Shift+Enter** を打って (やや珍しい、ここを忘れないように!)、コマンドを入力するのが基本である。
3. 実際にコマンド入力&実行させてみた様子を示します。

多分、次のこと以外は覚える苦勞はないはずと思う。

Mathematica のコマンド入力は、最後に **Shift+Enter**

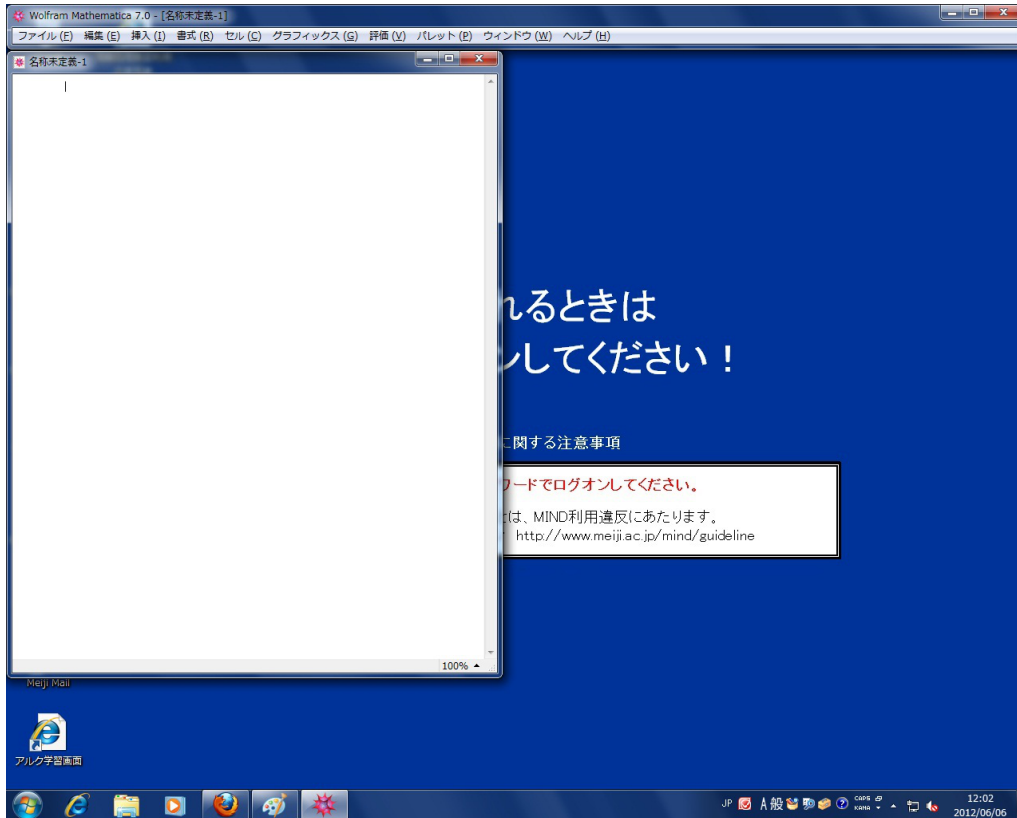


図 2: Mathematica 起動直後の様子

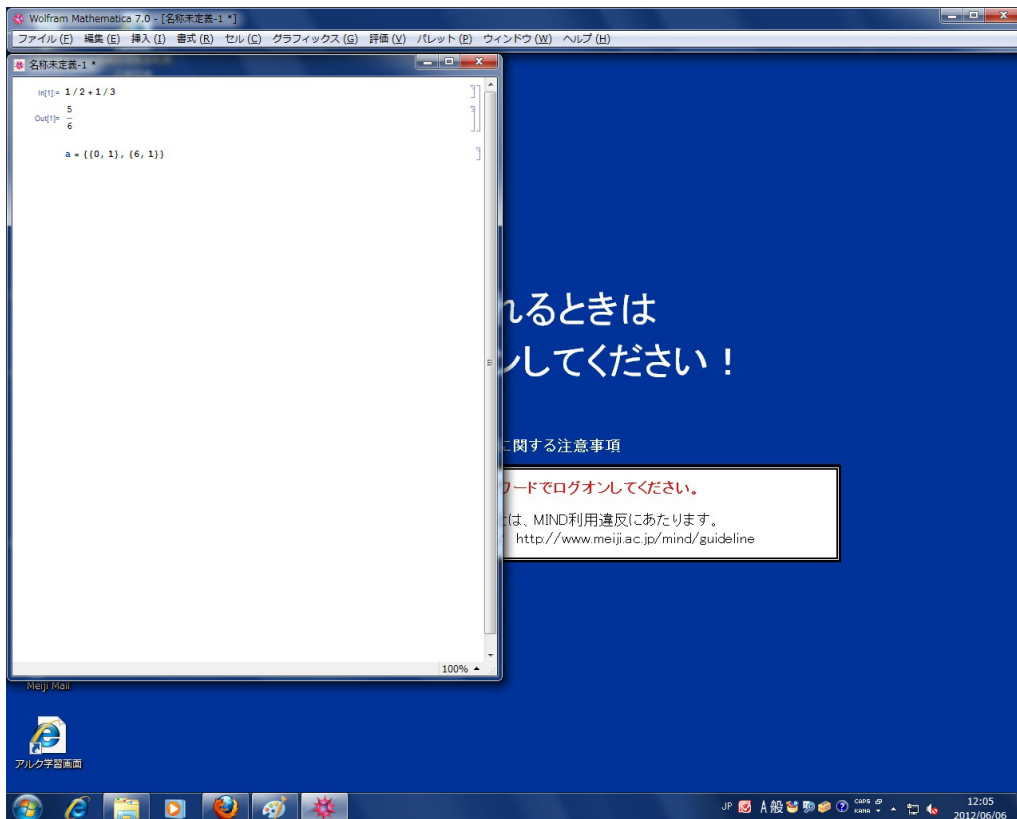


図 3: コマンドを一つ入力実行、二つ目のコマンドを入力途中

2.2.2 簡単な実行例

以下、プログラムなどは書かずに、式を順次入力して計算結果を表示させています。

以下の枠内の例は、数学科の古いワークステーションである oyabun にログインして、Mathematica を実行してみたものですが、情報処理教室のパソコンの Windows 7 環境でも、同様にして使えます。(大昔に実行した例ですが、基本は変わっていないということで、あえて、そのままにしてあります。)

In[整数] := の後に書いてある文字列を (大文字、小文字の違いに気をつけて) キーボードからタイプし、最後に Shift+Enter を打ってみてください。

簡単な実行例 (PDF 形式)³

コマンドをコピー&ペースト (貼付け) して試すのならば、以下の枠内からが便利。

³<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/Mathematica-First-Examples.pdf>

```

oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
-- Motif graphics initialized --

In[1]:= 1/2+1/3          ← 分数計算

Out[1]= -
        5
        6                → ちょっと見難いですけどね

In[2]:= a={{0,1},{6,1}} ← 行列の入力

Out[2]= {{0, 1}, {6, 1}}

In[3]:= Eigenvalues[a]  ← 行列の固有値の計算

Out[3]= {-2, 3}

In[4]:= Eigenvectors[a] ← 行列の固有ベクトルの計算

Out[4]= {{-1, 2}, {1, 3}}

In[5]:= Expand[(x+y)^6] ← 式の展開

Out[5]= x6 + 6 x5 y + 15 x4 y2 + 20 x3 y3 + 15 x2 y4 + 6 x y5 + y6

In[6]:= N[Pi,50]        ← 円周率 50 桁

Out[6]= 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751

In[7]:= Integrate[Log[x],x] ← 不定積分

Out[7]= -x + x Log[x]

In[8]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x,-1,1}, {y,-1,1}] ← z=x^2-y^2 のグラフ

Out[8]= -Graphics-      → ここで画面に図が表示されます (省略)

In[9]:= Solve[x^3+2x==1,x] ← 3 次方程式を解かしてみる

結果は一見に価するけれど、カットします。

In[10]:= ParametricPlot3D[{Cos[t] (3+Cos[u]), Sin[t] (3+Cos[u]), Sin[u]},
    {t,0,2Pi},{u,0,2Pi}] ← トーラスを描かせる。

Out[10]:= -Graphics3D-

In[11]:=
oyabun%

```

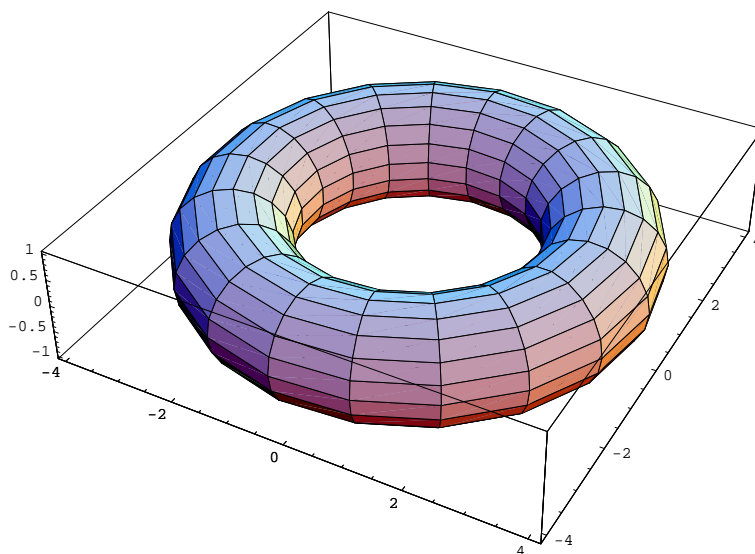


図 4: トーラス $(x, y, z) = ((3 + \cos u) \cos t, (3 + \cos u) \sin t, \sin u)$ ($(t, u) \in [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$)

2.3 数式処理とは

プログラミング言語 (計算機言語) の中には、数値や文字だけでなく、

数式をデータとして扱うことの出来る「**数式処理言語**」

と呼ばれるものがあります。数式処理言語を使えるソフトウェアを**数式処理系**と呼びます。

現在、一般向けの数式処理系としては ^{マセマテイカ} **Mathematica**, ^{メイプル} **Maple** が双璧とされています。
(その他に ^{ミューパッド} **MuPAD**⁴, ^{リデュース} **REDUCE**⁵, **Risa/Asir**⁶, **Macysma**⁷, **MAXIMA**⁸ などが有名。)

C や BASIC のようなプログラミング言語は、プログラムの中では「数式」を書けますが、scanf() や INPUT, printf() や PRINT 等で入出力可能なデータは、数や文字列だけで⁹、例えば $-2/5$ のような分数式の入力出来ません。またグラフを描くプログラムを作る場合に、範囲や、分割数の指定等は実行時に入力出来ても、グラフを描こうとしている関数自体は (普通の方法では) 入力できず、プログラムの中に自分で埋め込むしかなかったわけです。そういう意味では C や BASIC は不自由な言語であると言えます¹⁰。

⁴以前は、個人・非商用利用には無償で利用できるバージョンがあって注目株でしたが、今は商品となり、MATLAB の一つのツールボックスの扱いになってしまいました。惜しいなあ、と思っています。

⁵筆者が学生の頃 (二十年前)、大型計算機で REDUCE を使って、計算するのがおしゃれでした。現在ではフリーのようです。計算の種類によっては、よいことがあるかも？

⁶Made in Japan の現役。グレブナー基底の計算など得意です。

⁷かつて MIT でしか使えなかった憧れの (歴史的) 処理系。古い本を読むと良く出て来ます。

⁸Macysma の子孫。GPL (GNU GENERAL PUBLIC LICENSE) で配布されている (ゆえに、いわゆるフリーソフト)。メジャーになれるか???

⁹十進 BASIC の有理数演算モードでは、分数を出力可能ですが (とても珍しい)、入力は出来ません。

¹⁰もちろん不自由さを補って余りある大きな利点があるから、現在でも盛んに使われているわけです。例えば、実際の処理系の (反復の多い) 数値計算の速さで比べると C が圧勝します。原理的には一つのプログラミング言語があれば、どんな計算でも出来るはずなのですが、実際的な意味で万能のプログラミング言語と呼べるものは存在せず、適材適所を心がけることが重要です。みなさんも、あまり一つの言語、一つのシステムにこだわらずに、機会があったら色々なものを勉強してみましょう。

Mathematica は、グラフィックスやサウンドなども便利に扱えるようになっていて、ひょつとすると「数式処理系」とだけ説明するのは、もう間違いかもしれません。

3 レポート課題9

(今日(6月12日)は、『Mathematica 入門』¹¹の4,5節を説明する予定です。このレポート課題9を解くために必要なことは、そこに説明されています。『Mathematica 入門』では色々な計算をさせていますが、なぜそういう結果になるか考えて(場合によっては計算前に結果を予想して)、なるべくそれを自分の目の前のコンピューターで再現して下さい。)

以下の問題(1)~(6)を Mathematica を用いて解いて、レポートせよ。

- 提出先は、Oh-o! Meiji です。締め切りは6月25日(火曜), 18:00 です。
6月19日休講のため、一週間ずらして7月2日(火曜), 18:00 とします。
- 実際の計算の様子が見えるようなノートブック(名前は“kadai9.nb”)をレポートとして送ること。
- ノートブックの保存については、「作業内容の保存(ノートブックの利用)」¹²を参考にして下さい。
今の Mathematica は「LaTeX ドキュメント」で保存する機能があるので、 \LaTeX で計算結果も含めた PDF ドキュメント kadai9.pdf を作成することも可能である。余裕があればそれにチャレンジしてみることも(ボーナス点を与える)。
- 計算結果が複雑な場合は、単純化(例えば `Simplify[]`)を試みることに。
- 変数に以前計算した値が残っていて、期待する結果が得られないことが時々あります。
`Clear[]` や `Remove[]` を用いて、古い記憶を消去すると良いでしょう(`Clear[a,b]` のように使います)。
- 検算が可能な問題については、検算もすること。— 時間に余裕が生じた場合は、ここを頑張ること。

(1) 661775625 を素因数分解せよ。

(2) $2^{15} - 1$ と $2^{20} - 1$ の最大公約数を求めよ。

(3) $(a + b)^5$ の展開公式を作れ。

(4) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ を解け。3次方程式 $x^3 + px + q = 0$ を解け。

(5) 次の関数を微分せよ。(i) $x^2\sqrt{x} + (x^3 - x)\sqrt{x^2 + x + 1}$ (ii) $\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$

¹¹<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/mathematica/>

¹²<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/mathematica/node11.html>

$$(6) \text{ (i) } \int_0^1 \frac{1}{(x-2)^5} dx \quad \text{(ii) } \int_0^\pi \frac{1}{2+\cos x} dx$$

(余談) (4) で3次方程式を $x^3+ax^2+bx+c=0$ としていないのは、結果が複雑過ぎるからです(一度試してみましょう)。簡単な変数変換(カルダノ変換という)で、2次の係数が0の方程式 $x^3+px+q=0$ に変換されるので、それを解ければ良いことになります。

よくある間違い 例えば bx は、 bx でなく(これでは一つの名前になってしまう)、掛け算演算子 $*$ を使って $b*x$ 、あるいはブランクを入れて $b x$ とする。

4 レポート課題 X 予告

(‘X’ には後で適当な番号が入ります。)

- (1) 自分でいくつか問題を用意して、それを Mathematica で計算して解決するにはどうすれば良いか調べ、実際に計算させてみましょう。自力で解くのは面倒、あるいは複雑で最後まで正しく計算するのが難しいような、ある程度手ごわい問題を探しておいて下さい。教科書の計算問題を1ページ分解かせてみて、結果を比較する、でもよいです。
- (2) 最近、Mathematica の出来が向上して、めったなことでは間違った答を出さなくなりました(以前は時々お茶目な回答をしてくれました)。もしもおかしな計算結果を見つけたら是非レポートして下さい。

間違わないにしても、「計算できなかった」というケースは比較的に見つけやすいです。なぜ計算できなかったのか考察をつけてくれれば(単に「計算が大変だろうか」ではなくて、どれくらいまでは計算できるか試すなどすること)、それもレポートに含めて下さい。

この課題は毎年出しているのだけど、一昨年(2)で良いレポートが提出されました。そのうち紹介する予定です。