2004 年度情報処理 II　第 11 回

数学のためのコンピューター (3)
Mathematica 体験 (2)

桂田 祐史 (かつらだ まさし)

2004 年 7 月 8 日

ホームページは http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/

Mathematica 体験の 2 回目。前回は少しこちらの説明がダラダラとしていたかもしれない (申し訳ない)。

1　連絡事項

今日の内容は

1. Mathematica の実習 (今日の課題 7 に取り組んでもらうと良い)
2. Mathematica の説明 (前回からの続き)
3. (残った時間) 課題 6 などの質問・相談時間

次回 (7 月 15 日) はやり残したこと (もしあれば)、レポート課題の解説、残っているレポートの質問受け付けなどをする予定。

今日も Mathematica を使いますが、(万一？) 出席者が多くなりすぎて、情報科学センターの Mathematica のライセンス (40 個) が足りなくなった場合は、数学科のワークステーションにある Mathematica を使ってください。具体的な方法は

『数学科のワークステーションの Mathematica の利用法 』[1]

を見て下さい。ユーザー名 guest, パスワード（板書します）でログインします。

[1] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/jouhousyori2-2004-10/node3.html

2　今日の内容

前回に引き続き

『Mathematica 入門』[2]

に沿って解説する。グラフィックスとプログラミングがテーマ。

3　レポート課題 7

以下の問題を Mathematica を用いて解け[3]。Mathematica に与えたコマンドと結果 (これはなるべく[4]普通の数学の式で書く) をレポートせよ。

半分以上解くこと。締め切りは 7 月？日。

1. 661775625 と素因数分解せよ。
2. $2^{15}-1$ と $2^{20}-1$ の最大公約数を求めよ。
3. $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{5}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{50}\frac{1}{2^k}$ を計算せよ。また、それらの値を小数にせよ。
4. $(a+b)^5$ の展開公式を作れ。
5. 2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ を解け。3 次方程式 $x^3+ax^2+bx+c=0$ を解け。
6. 次の関数を微分せよ。(1) $x^2\sqrt{x}+(x^3-x)\sqrt{x^2+x+1}$ (2) $\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$
7. (1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x-2)^5}\,dx$ (2) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{1}{2+\cos x}dx$
8. $\alpha>0$ に対して $\sqrt{\alpha}$ を求めるために Newton 法による漸化式

$$x_n=\alpha-\frac{x_{n-1}^2-\alpha}{2\alpha}=\frac{1}{2}\left(x_{n-1}+\frac{\alpha}{x_{n-1}}\right)\quad(n=2,3,\cdots)$$

が利用できるわけだが、これを用いて $\sqrt{3}$, $\sqrt{21}$ を計算せよ。また精度についても検討せよ。

4　研究課題 4-1

Mathematica で (解けそうで) 解けなかった (計算を give up された or 間違った答を出した) 問題を自分で探しだし (高校や大学でこれまで学んだ授業に出て来るような計算問題など)、解けなかった原因を考察する。もしその原因を回避して解かせる方法が見つかればそれも説明する。

[2] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/mathematica/

[3] これは君達の先輩 (齊藤宣一君) の講義資料のパクリです

[4] TEX を使わないと難しいものもある。TEX が使えれば TEX を使って書く。

5　研究課題 4-2

Mathematica のプログラミング機能を用いて、少し凝ったプログラムが作成できたら紹介して下さい (お願い)。

A　例えば多変数の微分法の学習に使ってみる

多変数の微分法でどう使えるか？

A.1　2 変数関数の描画

```
In[1] := Plot3D[x^2-y^2,{x,-1,1},{y,-1,1}]
In[2] := ContourPlot[x^2-y^2,{x,-1,1},{y,-1,1}]
In[3] := Needs["Graphics`ImplicitPlot`"]
In[4] := ImplicitPlot[x^2-y^2==0,{x,-1,1}]
```

A.2　極値問題

紙と鉛筆で計算するのが面倒、もしくは計算ミスをしていないか、自信がないという一つ問題を解いてみよう。

例題

$f(x,y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ について、以下の問に答えよ。
(1) $\nabla f(x,y)$ を求めよ。(2) f の Hesse 行列を求めよ。(3) f の極値を求めよ。

A.2.1　電卓的に使って

```
f=(x^2-y^2)Exp[-(x^2+y^2)]
fx=D[f,x]
fx=Simplify[%]
fy=Simplify[D[f,y]]
Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
```

警告が出る。
Mathematica 4.0 では努力してゴミ（解でないもの）を出してしまう。
どうも `Exp[-(x^2+y^2)]` で苦労しているようなので、それを除いてやる。

```
s=Solve[{Exp[x^2+y^2]fx==0,Exp[x^2+y^2]fy==0},{x,y}]
```

こうすると、どのバージョンでも警告無しにちゃんと解ける。

```
Plot3D[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

グラフを消すには、(1) クリック, (2)File から Quit, (3) C-q のいずれか

```
ContourPlot[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

山と谷, 交わる 2 曲線
分かりますか？

```
fxx=D[fx,x]
fxx=Simplify[%]
fxy=Simplify[D[fx,y]]
fyx=Simplify[D[fy,x]]
fyy=Simplify[D[fy,y]]
```

ちなみにバージョンによって、見栄えが異なります。

```
h={{fxx,fxy},{fyx,fyy}}
s

h /. {x -> -1, y -> 0}
Eigenvalues[%]
```

ともに負（極大！）

```
Eigenvalues[h /. {x -> -1, y -> 0}]
f /. {x -> -1, y -> 0}
```

値は 1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 0}]
```

不定符号

```
Eigenvalues[h /. {x -> 1, y -> 0}]
```

ともに負（極大！）

```
f /. {x -> 1, y -> 0}
```

値は 1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> -1}]
```

ともに正（極小！）

```
f /. {x -> 0, y -> -1}
```

値は -1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 1}]
```

ともに正（極小！）

```
f /. {x -> 0, y -> 1}
```

値は -1/E

A.2.2 kyokuchi.m

ある程度まで自動化したプログラム kyokuchi.m[5] を掲げておきます。
まだまだ不完全ですが、「答えあわせのお供」くらいにはなります。

[5] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/mathematica/node58.html

kyokuchi.m の使用例 — 数学科ワークステーション oyabun での利用

```
oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
 -- Motif graphics initialized --

In[1]:= << /home/syori2/kyokuchi.m

In[2]:= f[x_,y_]:=x y(x^2+y^2-4)

In[3]:= s=kyokuchiten[f]

Out[3]= {{x -> -2, y -> 0}, {x -> -1, y -> -1}, {x -> -1, y -> 1},

>    {x -> 0, y -> 0}, {x -> 1, y -> -1}, {x -> 1, y -> 1}, {x -> 2, y -> 0},

>    {y -> -2, x -> 0}, {y -> 2, x -> 0}}

In[4]:= bunseki[s,f]
{x -> -2, y -> 0}, 極値でない
{x -> -1, y -> -1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> -1, y -> 1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 0, y -> 0}, 極値でない
{x -> 1, y -> -1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 1, y -> 1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> 2, y -> 0}, 極値でない
{y -> -2, x -> 0}, 極値でない
{y -> 2, x -> 0}, 極値でない

In[5]:=
```