数理リテラシー 第 7 回
～ 集合 (3) ～

桂田 祐史

2024 年 6 月 5 日

目次

本日の内容&連絡事項

- さ来週 (6 月 19 日 4 限)、中間試験を行います (15:25–17:00)。試験範囲は論理と集合 (集合族は講義はするけれど試験範囲に含めないかも)。ノート等持ち込み禁止。15:50 までの遅刻を認める。形式等については、昨年度の過去問などを参考にして下さい。
- 宿題への取り組み方について。少数ながらズレている人がいる。宿題は、その授業で学んだことの定着のためにしている。授業の復習をしてから、あるいは復習しながら取り組むべき。類題があったら (こちらの気分としてはほぼ全部類題) 真似をする。この科目は、語学の要素が大きく、語学は真似が大事である。
- 遅くならないうちにフィードバックを読みましょう。もしそれで分からないことがあれば質問して下さい。
- 宿題 5 の解説を行います。
- 宿題 6 を出します。〆切は 6 月 10 日 (月曜)13:30 です。
- 本日の授業内容: 集合の基本 (包含関係、空集合, 冪集合), 集合についての定理の証明。集合族は飛ばす。後半は少し難しく感じるかもしれません。

(6 月 5 日は飛ばすかも。)
$a, b \in \mathbb{R},\ a < b$ とするとき

$$\begin{aligned}
[a, b] &:= \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}, \\
(a, b) &:= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}, \\
[a, b) &:= \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}, \\
(a, b] &:= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}.
\end{aligned}$$

右側が ∞), 左側が $(-\infty$ となっている場合も用いる。実数 x について、$x < \infty$ と $-\infty < x$ はつねに成り立つので、その条件は書かなくても同じこと (例えば $a < x < \infty$ は $a < x$ と書けば良い)。

$$\begin{aligned}
[a, \infty) &:= \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x\}, \\
(a, \infty) &:= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}, \\
(-\infty, b] &:= \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\}, \\
(-\infty, b) &:= \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}, \\
(-\infty, \infty) &:= \mathbb{R} \quad \text{(無条件なので実数全体)}.
\end{aligned}$$

注意　(a, b) は点の座標の記号とかぶる。フランスでは (の代わりに],) の代わりに [を使う。例えば $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$. 合理的かもしれない。

3.4.2 集合の内包的定義 (要素の条件を書く方法)

例 7.1

$$
\begin{aligned}
&\{x \mid x \text{ は } x^2 - x - 1 < 0 \text{ を満たす実数}\} \\
&= \{x \mid x \text{ は実数かつ } x^2 - x - 1 < 0\} \\
&= \{x \mid x \in \mathbb{R} \land x^2 - x - 1 < 0\} \\
&= \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x^2 - x - 1 < 0\} \\
&= \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 1 < 0\} \\
&= \left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, \frac{1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\} \\
&= \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right).
\end{aligned}
$$

ただし、最後に開区間の記号 $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ を用いた。

3.5 包含関係 ($\subset$), 部分集合

定義 7.2 (含まれる, 含む, 部分集合)

A, B は集合とする。

$$\forall x\,(x \in A \Rightarrow x \in B) \qquad (\text{これは } (\forall x \in A)\; x \in B \text{ とも書ける})$$

が成り立つとき、「A は B に**含まれる**」、「B は A を**含む**」、「A は B の**部分集合** (a subset of B)」といい、

$$A \subset B \quad \text{あるいは} \quad B \supset A$$

で表す。また、その否定を $A \not\subset B$ あるいは $B \not\supset A$ で表す。

$A \subset B$ かつ $A \neq B$ であることを $A \subsetneqq B$ と表し、A は B の**真部分集合** (proper subset of B) であるという。

3.5 包含関係 ($\subset$), 部分集合

例 7.3

$$\{1\} \subset \{1,2\}, \quad \{1,2\} \subset \{1,2,3\}.$$

これを次のようにまとめて書くことも多い。

$$\{1\} \subset \{1,2\} \subset \{1,2,3\}.$$

$$\{1\} \not\subset \{2\}.$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}.$$

$$\{x \mid x \text{ は正三角形}\} \subset \{x \mid x \text{ は二等辺三角形}\}.$$

3.5 包含関係 ($\subset$), 部分集合

定理 7.4 (包含関係は半順序関係)

A, B, C を任意の集合とするとき、次の (1), (2), (3) が成立する。

1. $A \subset A$.
2. $A \subset B$ かつ $B \subset C$ ならば $A \subset C$.
3. $A \subset B$ かつ $B \subset A$ ならば $A = B$.

証明

1. 任意の x に対して、$x \in A$ ならば $x \in A$. ゆえに $A \subset A$.
   ($p \Rightarrow p$ は $\neg p \vee p$ であるからつねに真である。)
2. x を A の任意の要素とする。$A \subset B$ より $x \in B$. $B \subset C$ より $x \in C$. ゆえに $A \subset C$.
3. 任意の x に対して
   - $x \in A$ ならば $A \subset B$ より $x \in B$.
   - $x \in B$ ならば $B \subset A$ より $x \in A$.

   ゆえに $(x \in A \Rightarrow x \in B) \wedge (x \in B \Rightarrow x \in A)$ は真であるから $A = B$.

上の定理を見ると、$\subset$ は、実数の場合の $\leq$ と似ていると感じるかも。

1. $a \leq a$.
2. $a \leq b$ かつ $b \leq c$ ならば $a \leq c$.
3. $a \leq b$ かつ $b \leq a$ ならば $a = b$.

数の場合は、任意の $a, b \in \mathbb{R}$ に対して、$a \leq b$ か $b \leq a$ の少なくとも一方が成り立つが、$\subset$ については成り立たない。

$\subset$ は**半順序関係**というものになっている。これに対して、$\leq$ は**全順序関係**というものになっている。

A が B の部分集合であることを $A \subseteq B$, A が B の真部分集合であることを $A \subset B$ と書く流儀もある。これは $\leq$ と $<$ みたいで、それなりに納得感がある。

$\subset$ という記号はどちらの意味であるか (部分集合？それとも真部分集合？)、注意が必要である。(最近は、この授業で採用した定義が主流のように思われる…)

3.6 意外とむつかしい空集合 ($\emptyset$)

要素を 1 つも持たない集合を**空集合** (the empty set) とよび、$\emptyset$ あるいは $\varnothing$ で表す。

元々は、ゼロ 0 や丸 $\circ$ に / を重ねたものだそうで、ギリシャ文字のファイ ϕ とは関係がない。

命題 7.5 (空集合は任意の集合の部分集合である)

すべての集合 A に対して $\emptyset \subset A$.

証明.

A を任意の集合とする。任意の x に対して、$x \in \emptyset$ は偽であるから

$$x \in \emptyset \Rightarrow x \in A$$

は真である。ゆえに $\emptyset \subset A$. $\square$

復習　p が偽のとき、(q の真偽が何であっても) $p \Rightarrow q$ は真である。

3.6 意外とむつかしい空集合 ($\emptyset$)　少し考えてみよう

$\emptyset \subset A$ を論理式で表した $\forall x(x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$ は

$$(\forall x \in \emptyset) \quad x \in A$$

とも書ける。これが (も) 真であるわけだが、納得できるだろうか？

$\emptyset$ の各メンバー (要素) x に、$x \in A$ を満たすかどうか試験をして、全員合格なので $\emptyset \subset A$ が成り立つ、ということだが、メンバーが 1 人もいないわけである。

たとえ話になるが、受験生がいないテストは全員合格だろうか？

受験生がいなければ、合格にならない人はいないので、全員合格である、と言うと屁理屈に聞こえないだろうか？

$\forall x\ P(x)$ は「すべての x について $P(x)$ が成り立つ」と日本語訳するけれど、$P(x)$ が成り立たないような x は存在しない、という意味である。**これは言葉の約束である。**

注意　$((\forall x : P(x))Q(x)) \Rightarrow ((\exists x : P(x))Q(x))$ は成り立つとは限らない。

3.10 ベキ集合 (2^A)

定義 7.6 (ベキ集合)

集合 A に対して、A のすべての部分集合の集合を、A の**ベキ集合** (漢字で書くと**冪集合**(べき), the power set of A) と呼び、2^A や $\mathcal{P}(A)$, $P(A)$ などの記号で表す。

$$2^A = \mathcal{P}(A) := \left\{B \,\middle|\, B \text{ は } A \text{ の部分集合}\right\} = \{B \mid B \subset A\}.$$

例 7.7

$A = \{1\}$ のとき、$2^A = \{\emptyset, \{1\}\}$.

例 7.8

$B = \{1, 2\}$ のとき、$2^B = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.

例 7.9

$A=\{a\}$ のとき、$B=2^A$, $C=2^B$ を求めよ。

$$B=2^A=\{\emptyset,\{a\}\}.$$

$$C=2^B=\{\emptyset,\{\emptyset\},\{\{a\}\},\{\emptyset,\{a\}\}\}.$$

解説　$B=\{p,q\}$ のとき、$2^B=\{\emptyset,\{p\},\{q\},\{p,q\}\}$ となることは既に見た。これに $p=\emptyset$, $q=\{a\}$ を代入する。 □

これは省略するかも。

例 7.10

$C=\{a,b\}$ のとき

$$2^C=\{\emptyset,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}. \tag{$\heartsuit$}$$

$a=1$ かつ $b=2$ のとき、$C=\{1,2\}$ で、当然

$$2^C=\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}.$$

$a=b=1$ のとき、$C=\{1\}$ である。($\heartsuit$) に $a=b=1$ を代入すると

$$2^C=\{\emptyset,\{1\},\{1\},\{1,1\}\}=\{\emptyset,\{1\}\}=2^A,\quad A:=\{1\}.$$

集合の外延的表記のルールとして、要素を重複して書いても良いとしてあることに注意しよう。もしそういうルールにしておかないと、($\heartsuit$) は正しくない場合があることになる。

3.11 集合族

(この項は 6 月 5 日は講義しない。とばす。)

要素が集合である集合 (集合の集合) を**集合族** (a family of sets) という。「族」の代わりに「類」(class) を使うこともある。

例. $\mathcal{A} = \{\{1\}, \{1, 2, 3\}\}$ 2 つの集合 $\{1\}$, $\{1, 2, 3\}$ からなる集合

例. A を集合として、$\mathcal{A} = 2^A$ (A のベキ集合).

ここで $\mathcal{A}$ は A のカリグラフィック・フォント (の 1 つ) である。

(これまで、集合は大文字 (capital letters, upper case), その要素は小文字 (small letters, lower case) で表すという慣習に従ってきた。集合族を表す文字をどうするか迷うところだが、カリグラフィク・フォントで書く人が結構いるので、真似してみた。)

無限個の集合からなる集合族の和集合 (合併集合)、積集合 (共通部分) に慣れることを目標とする (頻出するので必要)。特に自然数で番号をつけられる集合 $A_1, A_2, \cdots$ に対して、和集合 (合併集合) $\displaystyle\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$, 積集合 (共通部分) $\displaystyle\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$ を扱う (この方針は、教科書 中島 [1] と同じ)。

$\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ の話をするための前フリ

集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ があるとき、次のように定める。

$$\bigcup_{k=1}^{n} A_k := A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n, \quad \bigcap_{k=1}^{n} A_k := A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n.$$

$(\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + \cdots + a_n$ の真似)

後のために整理しておく。

$$x \in \bigcup_{k=1}^{n} A_k \quad \Leftrightarrow \quad x \in A_1 \lor x \in A_2 \lor \cdots \lor x \in A_n$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x \in \bigcap_{k=1}^{n} A_k \quad \Leftrightarrow \quad x \in A_1 \land x \in A_2 \land \cdots \land x \in A_n$$

$$\Leftrightarrow$$

すべての自然数 n に対して集合 A_n が与えられているとき、和集合 $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$ ($\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ とも書く), 積集合 $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$ ($\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ とも書く) を次のように定める。

(1)
$$\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n := \{x \mid (\exists n \in \mathbb{N})\ x \in A_n\}.$$

(2)
$$\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n := \{x \mid (\forall n \in \mathbb{N})\ x \in A_n\}.$$

極限 (lim) を用いて定義するのでは**ない！**

(1), (2) はしっかり覚える

各例で $n = 1, 2, 3$ に対して A_n を図示して、任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して $\bigcup_{k=1}^{n} A_k$, $\bigcap_{k=1}^{n} A_k$ を求めてみよう。$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$, $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ が分かるかな？

例

$A_n = \left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, -\frac{1}{n} < x < \frac{1}{n}\right\}$ のとき、$\bigcup_{k=1}^{n} A_k = A_1$, $\bigcap_{k=1}^{n} A_k = A_n = (-1/n, 1/n)$. 実は

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = A_1 = (-1, 1), \quad \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n = \{0\}\,.$$

例　$A_n = \{x \in \mathbb{R} \mid -n < x < n\}$ のとき、$\bigcup_{k=1}^{n} A_k = A_n$, $\bigcap_{k=1}^{n} A_k = A_1$. 実は

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \mathbb{R}, \quad \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_1 = A_1 = (-1, 1).$$

例　$A_n = \left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, -n < x < \frac{1}{n}\right\}$ とするとき、$\bigcup_{k=1}^{n} A_k = (-n, 1)$, $\bigcap_{k=1}^{n} A_k = (-1, 1/n)$.

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = (-\infty, 1) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}\,, \quad \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_1 = (-1, 0].$$

3.12 集合についての定理, それらの証明

定理 7.11 (これで全部という訳でもないけれど)

以下 X は全体集合であり、A, B, C は X の部分集合とする。

1. $A \subset A$ (反射律), $A \subset B \land B \subset C \Rightarrow A \subset C$ (推移律), $A \subset B \land B \subset A \Rightarrow A = B$ (反対称律)
2. $A \cap A = A$, $A \cup A = A$ (冪等律)
3. $A \cap B = B \cap A$, $A \cup B = B \cup A$ (交換律)
4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (結合律)
5. $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cup \emptyset = A$, $A \cap X = A$, $A \cup X = X$
6. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$, $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ (分配律)
7. $(A \cup B) \cap A = A$, $(A \cap B) \cup A = A$ (吸収律)
8. $(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement}$, $(A \cap B)^{\complement} = A^{\complement} \cup B^{\complement}$ (ド・モルガン律)
9. $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$, $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B$

3.12 集合についての定理, それらの証明

高校では、集合に関する命題は、**ヴェン図** (Venn diagram) を描いて考えた。前のスライドに載せた命題が正しいことは、ヴェン図を描けば「わかる」であろう。

この講義では、考えるときにヴェン図を参考にするかもしれないけれど、ヴェン図を使った説明は証明にはならない、というスタンスで進める。(無限個の要素からなる集合族については、ヴェン図も正確には描きようがないし、実は 4 つの集合くらいから、一般的な状況を図で表現することが難しくなる。)

以下の定義が議論の基礎となる。

1. $A \subset B \overset{\text{def.}}{\Leftrightarrow} \forall x\ (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\forall x \in A)\ x \in B.$
2. $A = B \overset{\text{def.}}{\Leftrightarrow} \forall x\,((x \in A \Rightarrow x \in B) \land (x \in B \Rightarrow x \in A))$
   $\Leftrightarrow (\forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)) \land (\forall x(x \in B \Rightarrow x \in A))$
   この条件は $A \subset B \land B \subset A$ と書ける。
3. $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A^{\complement}$, $A \times B$, 2^A, $\displaystyle\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$, $\displaystyle\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$ などの定義

量称記号 $\forall$ を含む命題の証明になる、ことに注意しよう。

例 7.12

集合 A, B, C が $A \subset B$, $B \subset C$ を満たすとき、$A \subset C$ が成り立つことを示せ。
(証明) $A \subset B$, $B \subset C$ を仮定する。
x を A の任意の要素とする。$A \subset B$ であるから $x \in B$. $B \subset C$ であるから $x \in C$. ゆえに $A \subset C$. □

例 7.13

集合 A, B, C, D が $A \subset B$, $C \subset D$ を満たすとき、$A \times C \subset B \times D$ が成り立つことを証明せよ。
(証明) $A \subset B$, $C \subset D$ を仮定する。
x を $A \times C$ の任意の要素とすると、ある $a \in A$, $c \in C$ が存在して $x = (a, c)$. $A \subset B$ であるから、$a \in B$. $C \subset D$ であるから $c \in D$. ゆえに $x = (a, c) \in B \times D$. 従って $A \times C \subset B \times D$. □

包含関係の証明は、こういう感じが多い ($A \subset B$ を示すには「x を A の任意の要素とする」から始める。はしょって「$x \in A$ とする」と書く人も多い)。等式 $A = B$ の証明は、$A \subset B$ と $B \subset A$ の証明をすれば良いが、一気にやれる場合もある (次のスライド)。

問　集合 A, B が $A \subset B$ を満たすとき、$B^{\complement} \subset A^{\complement}$ が成り立つことを証明せよ。

解答　$A \subset B$ を仮定する。
　x を $B^{\complement}$ の任意の要素とすると、$x \notin B$. このとき実は $x \notin A$ である。もしもそうでないとすると、$x \in A$. 仮定 $A \subset B$ より $x \in B$. これは矛盾であるので、$x \notin A$. すなわち $x \in A^{\complement}$. 以上より $B^{\complement} \subset A^{\complement}$. □

別解

$$\begin{aligned}
A \subset B &\Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B) \\
&\Leftrightarrow \forall x(\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \\
&\Leftrightarrow \forall x(x \in B^{\complement} \Rightarrow x \in A^{\complement}) \\
&\Leftrightarrow B^{\complement} \subset A^{\complement}.
\end{aligned}$$

分配律 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ の証明
　任意の x に対して

$$\begin{aligned} x \in (A \cup B) \cap C &\Leftrightarrow (x \in A \cup B) \wedge x \in C \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge x \in C \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in C) \vee (x \in B \wedge x \in C) \quad ((p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)) \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap C) \vee (x \in B \cap C) \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \end{aligned}$$

が成り立つから、$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$. □

ド・モルガン律 $(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement}$ の証明
　任意の x に対して

$$\begin{aligned} x \in (A \cup B)^{\complement} &\Leftrightarrow \neg(x \in A \cup B) \\ &\Leftrightarrow \neg(x \in A \vee x \in B) \\ &\Leftrightarrow (\neg(x \in A)) \wedge (\neg(x \in B)) \quad (\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q) \\ &\Leftrightarrow (x \in A^{\complement}) \wedge (x \in B^{\complement}) \\ &\Leftrightarrow x \in A^{\complement} \cap B^{\complement} \end{aligned}$$

が成り立つから、$(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement}$. □

3.12 集合についての定理, それらの証明

空集合であることの証明は、知らないと戸惑いそうなので、一つ例をあげておく。

$A \cap A^{\complement} = \emptyset$ を示せ。

証明 1 背理法を用いて証明する。$A \cap A^{\complement} \neq \emptyset$ と仮定すると、ある x が存在して $x \in A \cap A^{\complement}$. ゆえに $x \in A$ かつ $x \in A^{\complement}$. すなわち $x \in A$ かつ $x \notin A$. これは矛盾である。ゆえに $A \cap A^{\complement} = \emptyset$. □

証明 2 (本質的には同じことであるが)

$$A \cap A^{\complement} = \left\{ x \;\middle|\; x \in A \wedge x \in A^{\complement} \right\} = \{x \mid x \in A \wedge x \notin A\}.$$

任意の x に対して $x \in A \wedge x \notin A$ は偽である。言い換えると、条件 $x \in A \wedge x \notin A$ を満たす x は存在しない。ゆえに $A \cap A^{\complement} = \emptyset$. □

2024/6/5 の講義はこの辺まで。

3.12 集合についての定理, それらの証明

$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$ を証明しよう。

準備として、一般に

$$X \cap Y \subset X \qquad (\sharp)$$

が成り立つことを注意する (上の定理に入ってない)。実際、$X \cap Y$ の任意の要素 x に対して、$x \in X$ かつ $x \in Y$ であるから、特に $x \in X$. ゆえに $X \cap Y \subset X$. □

$A \cap B = A \Rightarrow A \subset B$ の証明

$A \cap B = A$ と仮定する。$(\sharp)$ より $A \cap B \subset B$ が成り立つので ($X = B$, $Y = A$ とする)、$A \subset B$. □

$A \cap B = A \Leftarrow A \subset B$ の証明

1. (i) $(\sharp)$ により、$A \cap B \subset A$ が成り立つ ($X = A$, $Y = B$ とする)。
2. (ii) $A \subset B$ と仮定すると、$A \subset A \cap B$ (実際、$x \in A$ とするとき、仮定から $x \in B$ が成り立つので、$x \in A \wedge x \in B$, すなわち $x \in A \cap B$ が成り立つ。).

(i), (ii) から $A \cap B = A$ が成り立つ。 □

参考文献

[1] 中島匠一：集合・写像・論理 — 数学の基本を学ぶ, 共立出版 (2012).