

多変数の微分積分学 1 練習問題 No.8 (2011 年 6 月 20 日出題, 月 日提出)

\_\_年 16 組 \_\_番 氏名 \_\_\_\_\_

問 8  $C^2$  級の関数  $u: \mathbf{R}^2 \ni (x, t) \mapsto u(x, t) \in \mathbf{R}$  と正定数  $c$  があるとき、

$$\xi = x - ct, \quad \eta = x + ct, \quad v(\xi, \eta) = u(x, t), \quad \text{すなわち} \quad v(\xi, \eta) := u\left(\frac{\xi + \eta}{2}, \frac{\eta - \xi}{2c}\right)$$

とおく。このとき次式を証明せよ (左辺、右辺のどちらから始めても良い、余裕あれば両方)。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -4 \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta}.$$