

数理リテラシー 宿題 No. 6 (2023年5月31日出題, 6月5日 13:30 Oh-o! Meiji に提出)

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

冪集合 ($2^A, 2^B$) については次回の宿題にするので解答は不要です。特に (4) は解答不要。

- (1) A と B を集合とすると、 $A \times B, 2^A$ の定義を書け。また、それぞれ何と呼ばれるか答えよ。
- (2) $A = \{-1, 0\}, B = \{0, 1, 2\}$ とするとき、 $A \times B, 2^B$ を求めよ (要素をすべて書き並べる方法で表せ)。
- (3) 次の各文の内容を式で表せ。ただし A, B, X は集合とする。
 - (a) A と B の合併は、1以上3以下の実数全体の集合である。
 - (b) A が B の部分集合ならば、 B の補集合は A の補集合に含まれる。
 - (c) x が A と B の共通部分の要素であるためには、 x が A の要素であり、かつ x が B の要素であることが必要十分である。
 - (d) A と B が等しいためには、 A が B の部分集合であり、かつ B が A の部分集合であることが必要十分である。
- (4) $A = \{a, b\}$ のとき、 $B = 2^A, C = 2^B$ を求めよ。 (ヒント: $B = \{p, q, r, s\}$ のとき 2^B は何か。)

問6 解説

(1) $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$
あるいは $A \times B = \{z \mid (\exists a \in A)(\exists b \in B) z = (a, b)\}$
 A と B の直積集合と呼ぶ。

(2) $A \times B = \{(-1, 0), (-1, 1), (-1, 2), (0, 0), (0, 1), (0, 2)\}$

(3) (a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$

(b) $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$

(c) $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$

(d) $A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

- $x \in A \cap B$ を $x \in (A \cap B)$ と書く人が多い。こちらが演算子の結合の優先順位の説明をサボったせいかな。 $x \in A \cap B$ で十分です。もちろんカッコつけても間違いではない。
- カンマに気をつけて。(1) 順序対を表すとき、集合の外延的表記をするときは省略しない。(2) 読点「、」や点(ピリオド)「.」と見間違えないような形にする。
- \in と \subset を混同しないように。 $x \in A$ は x が要素として A に含まれる (x は A の要素 — 授業では「属する」と読んでいる)、 $A \subset B$ は A が集合として B に含まれる (A が B の部分集合である)。
 $1 \in \{1, 2, 3\}, \{1\} \subset \{1, 2, 3\}$
- $\{ \}$ は集合や列を表すとき以外はなるべく使わないようにすることを勧める。
- (c), (d) は「 $\circ\circ$ であるためには $\bullet\bullet$ であることが必要十分」という文で、 $\circ\circ \Leftrightarrow \bullet\bullet$ と表す。
 \Leftrightarrow の左右にあるのは条件または命題である。時々集合を書き忘れてしまっている人がそれはおかしい。