

数理リテラシー 宿題 No. 4 (2023年5月17日出題, 5月22日 13:30 までに Oh-o! Meiji に提出)

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

問4 (授業の進行具合によっては問題を削除するかもしれません。授業中の指示に従って下さい。)

(1) 次の各命題を証明せよ。

(a)  $(\forall x > 0) x + \frac{1}{x} \geq 2$  (b)  $(\exists z \in \mathbb{C}) z^2 + z + 1 = 0$

(2) 次の各命題を証明せよ。

(a)  $(\forall x \in \mathbb{N}) (\exists y \in \mathbb{Q}) xy = 1$  (b)  $(\exists x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R}) xy = y$

(3) 次の論理式の否定を作れ。ただし、(a) では  $A$  は  $\mathbb{R}$  の部分集合, (b) では、 $a$  は実数,  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  は数列とする (説明を書いたけれど、この問題を解くのにこれらの情報はほとんど必要がない)。

(a)  $(\exists U \in \mathbb{R}) (\forall x \in A) x \leq U$ .

(b)  $(\forall \varepsilon > 0) (\exists N \in \mathbb{N}) (\forall n \in \mathbb{N}: n \geq N) |x_n - a| < \varepsilon$ .