数理リテラシー 宿題 No. 3 (2023 年 5 月 10 日出題, 5 月 15 日 13:30 までに Oh-o! Meiji で提出)

__年__ 組____番 氏名______________ (解答は何ページでも可. 1 つの PDF にして提出)

問 3 (1), (2) は前回プリントの (3), (4) です。

(1) 次の命題を記号 (論理式) で表せ。

(c) ある有理数 z が存在して $0 < z < 1$ が成り立つ。

(d) $w^3 = 2$ を満たすような実数 w が存在する。

(2) 次の式で書かれた命題を日本語の文で表せ (不等式、等式は式のままで構わない)。

(b) $(\exists N \in \mathbb{N}) \displaystyle\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{k} \geq 1000.$

(3) 次の命題を記号 (論理式) で表せ。

(a) ある自然数 x, y が存在して $x^2 + y^2 = 25$ が成り立つ。
($x^2 + y^2 = 25$ が成り立つような自然数 x, y が存在する。)

(b) ある実数 L が存在して、任意の実数 x に対して $x^2 - 3x + 4 \geq L$ が成り立つ。

(4) 次の式で書かれた命題を日本語の文で表せ (不等式、等式は式のままで構わない)。

(a) $(\forall x \in \mathbb{Z})\ (\forall y \in \mathbb{Z})\ x^2 + y^2 \geq 0.$

(b) $(\forall a > 0)\ (\exists x \in \mathbb{R})\ x^2 = a.$

問 3 解説

(1) (a) $(\exists z \in \mathbb{Q})\ 0 < z < 1$

(b) $(\exists w \in \mathbb{R})\ w^3 = 2$

(3) (a) ある自然数 N が存在して $\displaystyle\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{k} \geq 1000.$

(2) (a) $(\exists x \in \mathbb{N})\ (\exists y \in \mathbb{N})\ x^2 + y^2 = 25$

(b) $(\exists L \in \mathbb{R})\ (\forall x \in \mathbb{R})\ x^2 - 3x + 4 \geq L$

(3) (a) 任意の整数 x, y に対して $x^2 + y^2 \geq 0$ が成り立つ。

(b) 任意の正の数 a に対して、ある実数 x が存在して $x^2 = a$ が成り立つ。