

数理リテラシー 宿題 No. 2 (2023年4月26日出題, 5月8日 13:30 までに Oh-o! Meiji で提出)

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可. 表裏を1つのPDFにして提出.)
(授業の進行状況によっては、問題の一部を次回に回す。授業中の指示に従うこと。)

- (1) 真理値表を用いて $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$ を示せ。
- (2) 一般に (つまり任意の命題 P, Q に対して) $P \Rightarrow Q \equiv (\neg P) \vee Q$ が成り立つことを認めて、同値変形で $(\neg p) \Rightarrow (\neg q) \equiv q \Rightarrow p$ (裏は逆と同値) を証明せよ。
- (3) 次の命題を記号 (論理式) で表せ。
 - (a) すべての整数 x に対して $x^2 \geq 0$ が成り立つ。
 - (b) 任意の正の数 y に対して $y + \frac{1}{y} \geq 2$ が成り立つ。
 - (c) ある有理数 z が存在して、 $0 < z < 1$ が成り立つ。
 - (d) $w^3 = 2$ を満たすような実数 w が存在する。
- (4) 次の式で書かれた命題を日本語の文で表せ (不等式、等式は式のまま構わない)。
 - (a) $(\forall x \in \mathbb{Q}) x^2 \neq 2$.
 - (b) $(\exists N \in \mathbb{N}) \sum_{k=1}^N \frac{1}{k} \geq 1000$.

2 解答

(1)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \vee (\neg q)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

この真理値表の第4列, 第7列の真偽が一致するので、 $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$.

(2)

$$\begin{aligned}(\neg p) \Rightarrow (\neg q) &\equiv (\neg(\neg p)) \vee (\neg q) \\ &\equiv p \vee (\neg q) \\ &\equiv (\neg q) \vee p \\ &\equiv q \Rightarrow p\end{aligned}$$

であるから $(\neg p) \Rightarrow (\neg q) \equiv q \Rightarrow p$.

(3) (a) $(\forall x \in \mathbb{Z}) x^2 \geq 0$.

(b) $(\forall y > 0) y + \frac{1}{y} \geq 2$.

(4) (a) 任意の有理数 x に対して、 $x^2 \neq 2$. ■