

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

- (1) 次の各関数  $f$  について、定義域  $X(\subset \mathbb{R})$  と終域  $Y(\subset \mathbb{R})$  を適当に小さく取って、 $g: X \rightarrow Y$ ,  $g(x) := f(x)$  ( $x \in X$ ) で定まる関数  $g$  が全単射であるようにせよ。ただし  $X$  はなるべく幅の大きな区間を選ぶこと。  $X, Y$  が一通りに定まらない場合は、どれか1つ見つけて答えれば良い。
- (a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  ( $x \in \mathbb{R}$ )    (c)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ )
- (2)  $f: X \rightarrow Y, A \subset X, B \subset Y$  とする。  $f(A), f^{-1}(B)$  の定義を記せ。それぞれ何と呼ばれるか。
- (3)  $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  を  $f(x) = \sin x$  ( $x \in [-\pi, \pi]$ ) で定めるとき、以下の間に答えよ。
- (a)  $f$  の逆写像  $f^{-1}$  は存在しない。その理由を述べよ。
- (b)  $f\left(\left\{\frac{\pi}{2}\right\}\right), f(\{0, \pi\}), f\left(\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right), f^{-1}\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right), f^{-1}(\{2\}), f^{-1}\left(\left[\frac{1}{2}, 2\right]\right)$  を求めよ ( $f$  を含まない式で表せ)。