

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

### 問9

- (1) (写像に関する) 以下の言葉の定義を述べよ。(a) 単射 (b) 全射 (c) 全単射
- (2) 次の (a)~(c) の各場合について、集合  $A$  から集合  $B$  への写像をすべて求め、写像の総数、単射であるものの個数、全射であるものの個数、全単射であるものの個数をそれぞれ求めよ。ただし  $p \neq q$  とする。
- (a)  $A = \{p, q\}, B = \{1, 2, 3\}$  (b)  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{p, q\}$  (c)  $A = \{1, 2\}, B = \{p, q\}$
- (3) 次の各関数  $f$  について、単射であるかどうか、全射であるかどうか、全単射であるかどうか、それぞれ理由(簡単で良い)をつけて答えよ。全単射でない場合、定義域  $X(\subset \mathbb{R})$  と終域  $Y(\subset \mathbb{R})$  を適当に小さく取って、 $g: X \rightarrow Y, g(x) := f(x) (x \in X)$  で定まる関数  $g$  が全単射であるようにせよ。ただし  $X$  はなるべく幅の大きな区間を選ぶこと。条件を満たす  $X, Y$  が一通りに定まらない場合は、どれか1つ見つけて答えれば良い。
- (a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin 2x (x \in \mathbb{R})$  (b)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \tan^{-1} x (x \in \mathbb{R})$  (c)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log(x^2 + 1) (x \in \mathbb{R})$