

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

問3

(1) 次の命題を記号 (論理式) で表せ。

(a) 任意の正の数 a に対して、ある実数 x が存在して $x^2 = a$ が成り立つ。

(b) 任意の有理数 x, y に対して、 $x^2 + y^2 \geq 0$ が成り立つ。

(2) 次の式で書かれた命題を日本語の文で表せ (不等式は式のまま構わない)。

(a) $(\exists x \in \mathbb{N}) (\exists y \in \mathbb{N}) x^2 + y^2 = 50$.

(b) $(\exists L \in \mathbb{R}) (\forall x \in \mathbb{R}) x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x \geq L$.

(3) 次の各命題を証明せよ。

(a) 任意の正の数 x に対して、ある正の数 y が存在して、 $xy = 1$ が成り立つ。

(b) $(\exists x \in \mathbb{Z}) (\forall y \in \mathbb{Z}) y^2 > x$.