

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可)

問9 次の各写像の値域を求めよ。

(1) X を空でない集合とするとき、恒等写像 $\text{id}_X: X \rightarrow X$.

(2) $D: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $D(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \mathbb{Q}) \\ 0 & (x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$ で定めた D .

(3) X, Y が空でない集合のとき、 $\text{pr}_X: X \times Y \rightarrow X$, $\text{pr}_X((x, y)) = x$ ($(x, y) \in X \times Y$) で定めた pr_X .

注意 普通は $\text{pr}_X((x, y))$ を $\text{pr}_X(x, y)$ と略記する。以下の (4) ではそうする。

(4) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (y, x)$ ($(x, y) \in \mathbb{R}^2$) で定めた f .

(5) $X =$ 平面内のすべての多角形の集合, $g: X \rightarrow \mathbb{R}$, $g(A) = A$ の面積 ($A \in X$) で定めた g .

(6) $X = Y = C^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$, $D: X \rightarrow Y$, $D(f) = f'$ ($f \in X$) で定めた D . ただし f' は f の導関数である。

(7) X を空でない集合、 $A \subset X$ とするとき、 $\chi_A: X \rightarrow \mathbb{R}$, $\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \in X \setminus A) \end{cases}$ で定めた χ_A .

(8) X, Y は集合で、 $\emptyset \neq X \subset Y$ を満たすとするとき、 $i: X \rightarrow Y$, $i(x) = x$ ($x \in X$) で定めた i .