

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可)

問9 次の各写像の値域を求めよ。

(1)  $X$  を空でない集合とすると、恒等写像  $\text{id}_X: X \rightarrow X$ .

(2)  $D: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \mathbb{Q}) \\ 0 & (x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$  で定めた  $D$ .

(3)  $X, Y$  が空でない集合のとき、 $\text{pr}_X: X \times Y \rightarrow X$ ,  $\text{pr}_X((x, y)) = x$  ( $(x, y) \in X \times Y$ ) で定めた  $\text{pr}_X$ .

**注意** 普通は  $\text{pr}_X((x, y))$  を  $\text{pr}_X(x, y)$  と略記する。以下の (4) ではそうする。

(4)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = (y, x)$  ( $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ) で定めた  $f$ .

(5)  $X =$  平面内のすべての多角形の集合,  $g: X \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(A) = A$  の面積 ( $A \in X$ ) で定めた  $g$ .

(6)  $X = Y = C^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ ,  $D: X \rightarrow Y$ ,  $D(f) = f'$  ( $f \in X$ ) で定めた  $D$ . ただし  $f'$  は  $f$  の導関数である。

(7)  $X$  を空でない集合、 $A \subset X$  とするとき、 $\chi_A: X \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \in X \setminus A) \end{cases}$  で定めた  $\chi_A$ .

(8)  $X, Y$  は集合で、 $\emptyset \neq X \subset Y$  を満たすとするとき、 $i: X \rightarrow Y$ ,  $i(x) = x$  ( $x \in X$ ) で定めた  $i$ .