

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可)

問10 余裕があれば、裏面の予備問に解答せよ。

- (1) (写像に関する) 以下の言葉の定義を述べよ。(a) 単射 (b) 全射 (c) 全単射
- (2) 次の (a)~(c) の各場合について、集合 A から集合 B への写像をすべて求め、写像の総数、単射であるものの個数、全射であるものの個数、全単射であるものの個数をそれぞれ求めよ。ただし a, b, c は互いに相異なるとする。
- (a) $A = \{1, 2\}, B = \{a, b, c\}$ (b) $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2\}$ (c) $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3\}$
- (3) 次の各関数 f について、単射であるかどうか、全射であるかどうか、全単射であるかどうか、それぞれ理由(簡単で良い)をつけて答えよ。全単射でない場合、定義域 $X(\subset \mathbb{R})$ と終域 $Y(\subset \mathbb{R})$ を適当に小さく取って、 $g: X \rightarrow Y, g(x) := f(x) (x \in X)$ で定まる関数 g が全単射であるようにせよ。ただし X はなるべく幅の大きな区間を選ぶこと。条件を満たす X, Y が一通りに定まらない場合もあるが、どれか1つ見つけて答えれば良い。
- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x (x \in \mathbb{R})$ (b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \tanh^{-1} x (x \in \mathbb{R})$ (c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{-x^2} (x \in \mathbb{R})$

注: 出題ミスを行ってしまいました。(3) (b) は $f(x) = \tanh x$ のつもりでした。混乱させてしまったことと思います。ごめんなさい。