

授業の訂正など

桂田 祐史

2019年4月10日～

授業中の間違いのうち、授業の後から気づいたものを記録することにしていきます。変だなど思ったら、なるべく授業中に指摘・質問して下さい。

- (2019/4/10) これは間違いというわけではないのですが、最後時間が不足気味になって、一つ省略したら、質問が来ました。次回の授業で説明を補足しますが、今のうちに書いておきます。

「 p かつ q 」というのは、 p と q が同時に成り立つときに成り立つ、そうでないとき (p と q の少なくとも一方が成り立たない) に成り立たない¹、と真理値を決めます。

(こちらにとっては当たり前に近いことなので、省略しても平気だろう、真理値表を書いているのだから、十分なはずだ、と考えてしまいました、ちょっと浅はかでした。)

- (2019/4/10) 「排中律という言葉と並べると、矛盾律という言葉はおかしいな」と思って調べてみたら、「無矛盾律」という言葉もあることが分かりました。むしろ数学ではその言葉を使う方が普通のような感じでした。これからは「矛盾律」でなく「無矛盾律」と呼ぶことにします。

- (2019/5/8) (ほとんど言い訳みたいだ…)

$p \Rightarrow q \equiv (\neg p) \vee q$ のような式を書きました。こういう式でかっこは必要か (省略出来ないのか)、という意味の質問をされました。

正直ちょっと困った。「省略して書いている人は多いので、書いても構わないでしょう。この授業では、 \neg が \vee よりも結合の優先順位が高いと約束していないので、かっこをつけないと意味が曖昧になってしまいます (式が解釈できない — 論理式として認められる式は、こういうものである、という説明はしなかったのも、「曖昧」というくらいが落とし所でしょう。)」という答えになるでしょうか。

実は、多くの本で、講義ノートの付録A節に書いたように、結合の優先順位の高い順に

1. $=, \in$
2. $\neg, \forall x, \exists x$
3. \wedge, \vee
4. \Rightarrow
5. \Leftrightarrow, \equiv

¹古い言い回しをすると「 p と q が同時に成り立つとき、そのときに限り成り立つ」となります。

であると決めてあります。そのルールにのっとれば、 $(\neg p) \vee q$ は単に $\neg p \vee q$ と書けることになります。さらに例えば問 2(1) の解答も

$$\begin{aligned}\neg q \Rightarrow \neg p &\equiv \neg\neg q \vee \neg p \\ &\equiv q \vee \neg p \\ &\equiv \neg p \vee q \\ &\equiv p \Rightarrow q\end{aligned}$$

と書くことが出来ます (かっこが全部省略できました)²。この辺をどうするかは、授業をする側として悩ましいところです。たくさんルールを決めれば、かっこがたくさん省略出来ることにはなりますが、読みにくく感じる人、読み間違える人も出るでしょう。4コマ半の授業で論理を終わらせるために汲々しているのも、優先順位の解説と、それに慣れるための練習の時間はカットしている、という事情があります (数式の場合は膨大な練習を積むのが普通ですが、論理式について専門家になるわけでもないのに、そんな時間の余裕はありません。)

数式については皆さん良く慣れていると思いますが、等号 = の優先順位が一番低い、と言われて、すぐに納得出来るでしょうか。小学校以来の長い間、計算を見たり自分でやったりしているうちに、無意識で身につけていると思います。

$$1 + 2 \times 3 = 4 - 5 \times 6$$

は

$$(1 + (2 \times 3)) = (4 - (5 \times 6))$$

のように結合している。論理式においては、同値 \equiv の優先順位が一番低いですが、この授業ではそのことをちゃんと説明しませんでした。等号 = のアナロジーで分かってくれるかな？と考えるとサボっているのです。 \equiv の優先順位が一番低い、その他については何も決めない、そうして式を書いているのです。

他の人が使っていることは使っても良いのでは？という考え方もあるでしょう。ところがやってみると、どこまで認めるかなかなか難しいのです。授業で使っている記号の使い方と矛盾したりする場合もあって、すべて認めるわけには行きません。いちいち、これはダメ、あれは OK とやるよりは、授業で説明したルールだけを使ってやってみる、としてもらいたいのです。

この説明をなるべく短くして、来週の授業で説明してみよう…出来るかな？

²4, 5については、

4. $\Rightarrow, \Leftrightarrow$

5. \equiv

としている人もあるようです。