

数理リテラシー 問8 (2016年6月23日出題, 6月27日提出)

__年__組__番__氏名__ (担当桂田) 裏面利用可

6月23日の「写像の例」の写像の値域を求めよ。

(1) X を空でない集合とするとき、恒等写像 $\text{id}_X: X \rightarrow X$.

(2) $D: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $D(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \mathbb{Q}) \\ 0 & (x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$ で定めた D .

(3) X, Y が空でない集合のとき、 $\text{pr}_X: X \times Y \rightarrow X$, $\text{pr}_X((x, y)) = x$ ($x \in X$) で定めた pr_X .

(4) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x + 2y, 3x + 4y)$ ($(x, y) \in \mathbb{R}^2$) で定めた f .

(5) $X =$ 平面内の多角形全体の集合として、 $f: X \rightarrow \mathbb{R}$, $f(A) = A$ の面積 ($A \in X$) で定めた、 f .

(6) $X = Y = C^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$, $D: X \rightarrow Y$, $D(f) = f'$ ($f \in X$) で定めた D . ただし f' は f の導関数である。

(7) X を空でない集合、 $A \subset X$ とするとき、 $\chi_A: X \rightarrow \mathbb{R}$, $\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \in X \setminus A) \end{cases}$ で定めた χ_A .

(8) X, Y は集合で、 $\emptyset \neq X \subset Y$ を満たすとするとき、 $i: X \rightarrow Y$, $i(x) = x$ ($x \in X$) で定めた i .

問 8 解答

(1) $\text{id}_X(X) = X.$

(2) $D(\mathbb{R}) = \{0, 1\}$

(3) $\text{pr}_X(X \times Y) = X$

(4) $f(\mathbb{R}^2) = \mathbb{R}^2$

(5) $f(X) = (0, \infty)$

(6) $D(X) = C^\infty(\mathbb{R}; \mathbb{R})$

(7) $A = X$ の場合、 $\chi_A(X) = \{1\}$. $A = \emptyset$ の場合、 $\chi_A(X) = \{0\}$. それ以外の場合、すなわち $A \neq \emptyset \wedge A \neq X$ の場合、 $\chi_A(X) = \{0, 1\}$.

(8) $i(X) = X.$