数理リテラシー 宿題 No. 3　(2016 年 5 月 12 日出題, 5 月 16 日 13:00 レポート BOX に提出)

__ 年 __ 組 ____ 番　氏名 ________________　　(解答は裏面も使用可)

(1) 次の各命題を証明せよ。

(a) 任意の整数 x に対して、ある整数 y が存在して、$x+y=0$ が成り立つ。

(b) $(\exists x \in \mathbb{R})\ (\forall y \in \mathbb{R})\ x+y=y+x=y.$

(2) 次の論理式の否定を作れ。ただし、(a) では $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ は数列, $a \in \mathbb{R}$. (b)〜(d) で $A \subset \mathbb{R}^n$, $|x|$ は $x=(x_1,\cdots,x_n) \in \mathbb{R}^n$ の長さ $(=\sqrt{x_1^2+\cdots+x_n^2})$, $B(a;\varepsilon)=\{x \in \mathbb{R}^n \mid |x-a|<\varepsilon\}$, (c) では $a \in \mathbb{R}^n$ とする。(説明を書いたけれど、問題を解くのにこれらの情報はほとんど必要がない。)

(a) $(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists N \in \mathbb{N})\ (\forall n \in \mathbb{N}\colon n \geq N)\ |x_n - a| \leq \varepsilon.$

(b) $(\forall a \in A)\ (\exists \varepsilon > 0)\ B(a;\varepsilon) \subset A.$

(c) $(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists \delta > 0)\ (\forall x \in B(a;\delta))\ |f(x)-f(a)| \leq \varepsilon.$

(d) $(\exists R \in \mathbb{R})\ (\forall x \in A)\ |x| \leq R.$

(3) $ab=0 \Leftrightarrow a=0 \vee b=0$ と分配律 $(p \vee q) \wedge (r \vee s) \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge s) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge s)$ を用いて、連立方程式 $\begin{cases} x(x^2+y^2-2)=0 \\ (y+1)(y-x^2)=0 \end{cases}$ を解け。