数理リテラシー 宿題6 (2015年5月28日出題)

__年__組__番 氏名_____ (担当桂田) 裏面利用可

(1) 各自然数 n に対して、 $A_n := \left(-1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right)$, $B_n := \left[-1 + \frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}\right]$ とおくと、(a) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$,

(b) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$, (c) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$, (d) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} B_n$ を求めよ。余裕があれば、(a), (b) の結果を証明せよ。

(2) A と B を任意の集合とすると、 $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^c$ が成り立つことを証明せよ。

(後から) 実は (1) で B_n の定義は最後にとっさに変更して、 $B_1 = [0, 0]$ となってしまうのを見落としていた。変ですね。多くの学生は $\{0\}$ と解釈してくれて、問題として成立したけれど、 $B_n = \left[-2 + \frac{1}{n}, 2 - \frac{1}{n}\right]$ のようにすべきだった。