基礎数学III

桂田 祐史

2004年7月8日

1 連絡事項

次週 (7/15) は、これまでの小テスト, 宿題の問題と解答を配り、またどのような期末試験問題にするかも説明する予定。これまで宿題を提出しそびれた者にもチャンスを与える。可能な限り出席すること。

万一欠席した場合は、友人から情報を得るか、直接桂田に尋ねること (研究室は6号館7F (6716B), 電子メイル mk@math.meiji.ac.jp, WWW ページ http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/kiso3/ (今日現在は昨年度の資料のみ))。誰かに質問されたことで重要なことはなるべく WWW ページに書きます。

質問はもちろん桂田にしに来てもよいし、理工学部学習支援センター (第二校舎1号館2階, Tel. 044-934-7195) に行って TA にしてもよいでしょう。

2 p.38 問題2 (1) ~ (8) の略解

前回宿題を含む問題だが、時間がないので黒板上での説明は省略する。

(1) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{x^2-6x+13} = \int \frac{dx}{(x-3)^2+4}$. $x-3=u$ とおくと、$I = \displaystyle\int \frac{du}{u^2+1} = \frac{1}{2}\tan^{-1} u + C = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x-3}{2}\right) + C$.

(2) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{6-(x-1)^2}}$. $x-1=\sqrt{6}u$ とおくと、$I = \displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \sin^{-1} u + C = \sin^{-1}\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right) + C$.

(3) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+4x-3}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}}$. $x-2=u$ とおくと、$I = \displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \sin^{-1} u + C = \sin^{-1}(x-2) + C$.

(4) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+12}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-3)^2+3}}$. $x-3=\sqrt{3}u$ とおくと、$I = \displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{u^2+1}} = \log\left|u+\sqrt{u^2+1}\right| + C = \log\left|\frac{x-3}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{x^2-6x+12}{3}}\right| + C = \log\left|x-3+\log\sqrt{x^2-6x+12}\right| + C$.

(5) $I=\displaystyle\int\sqrt{x^2+4x}dx=\int\sqrt{(x+2)^2-4}dx.$ $x+2=2u$ **とおくと、** $I=4\displaystyle\int\sqrt{u^2-1}du+C=$
$4\cdot\dfrac{1}{2}\left(u\sqrt{u^2-1}-1\cdot\log\left|u+\sqrt{u^2-1}\right|\right)+C=2\left(u\sqrt{u^2-1}-\log\left|u+\sqrt{u^2-1}\right|\right)+C=$
$2\left[\dfrac{x+2}{2}\sqrt{\dfrac{x^2+4x}{4}}-\log\left|\dfrac{x+2}{2}+\sqrt{\dfrac{x^2+4x}{4}}\right|\right]+C=\dfrac{x+2}{2}\sqrt{x^2+4x}-2\log\left|x+2+\sqrt{x^2+4x}\right|+$
$C'.$

(6) $I=\displaystyle\int\sqrt{x^2+4x+13}dx=\int\sqrt{(x+2)^2+9}dx.$ $x+2=3u$ **とおくと、** $I=9\displaystyle\int\sqrt{u^2+1}du+$
$C=9\cdot\dfrac{1}{2}\left(u\sqrt{u^2+1}+1\cdot\log\left|u+\sqrt{u^2+1}\right|\right)+C=$ (**中略**) $=\dfrac{x+2}{2}\sqrt{x^2+4x+13}+$
$\dfrac{9}{2}\log\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+13}\right|+C'.$

(7) $I=\displaystyle\int\sqrt{-x^2-4x}dx=\int\sqrt{4-(x+2)^2}dx.$ $x+2=2u$ **とおくと、** $I=4\displaystyle\int\sqrt{1-u^2}du+$
$C=4\cdot\dfrac{1}{2}\left(u\sqrt{1-u^2}+1^2\cdot\sin^{-1}u\right)+C=2\left(u\sqrt{1-u^2}+\sin^{-1}u\right)+C=2\left[\frac{x+2}{2}\sqrt{\frac{-x^2-4x}{4}}+\sin^{-1}\frac{x+2}{2}\right]+$
$C=$ (**中略**) $=\dfrac{x+2}{2}\sqrt{-x^2-4x}+2\sin^{-1}\left(\dfrac{x+2}{2}\right)+C.$

(8) $I=\displaystyle\int\sqrt{-x^2+4x-3}dx=\int\sqrt{1-(x-2)^2}dx.$ $x-2=u$ **とおくと、** $I=\displaystyle\int\sqrt{1-u^2}du+$
$C=\dfrac{1}{2}\left(u\sqrt{1-u^2}+1^2\cdot\sin^{-1}u\right)+C=\dfrac{1}{2}\left(u\sqrt{1-u^2}+\sin^{-1}u\right)+C=$ (**中略**)
$=\dfrac{1}{2}\left[(x-2)\sqrt{-x^2+4x-3}+\sin^{-1}(x-2)\right]+C.$