

2004年度基礎数学III 期末試験問題

2004年7月30日実施, 担当 桂田 祐史
教科書ノート等持込み不可, 解答用紙のみ提出

1, 2, 3, 4 の 4 問に解答せよ。

1

次の 1A, 1B のうちいずれか一つを選んで解答せよ。

1A

(1) \sin^{-1} と \cos^{-1} のグラフの概形を描け。(2) \sin^{-1} の逆関数は何か (定義域も答えよ)。逆関数の微分法を用いて $(\sin^{-1} x)'$ を求めよ。(3) 区間 $(0, 1)$ 内の任意の x に対して、 $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ であることを示せ。

1B

(1) $\cosh x$, $\sinh x$, $\tanh x$ の定義を書き、1 階, 2 階の導関数を求めよ。(2) $\sinh(x+y)$ と $\cosh(x+y)$ を $\sinh x$, $\sinh y$, $\cosh x$, $\cosh y$ で表せ。(ヒント: 3 角関数の公式から見当をつけて、計算で確認せよ。) (3) $\tanh(x+y)$ を $\tanh x$, $\tanh y$ で表せ

1 2

次の 2A, 2B のうちいずれか一つを選んで解答せよ。

2A

α を実数として、 $f(x) = (1+x)^\alpha$ ($|x| < 1$) とおくとき、以下の問に答えよ。

(1) 任意の自然数 n に対して、 n 階導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ。(2) f のマクローリン展開を求めよ。(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \left(1 + \frac{x}{3}\right)}{x^2}$ を求めよ。

2B

(1) $\sinh x$ のマクローリン展開を求めよ。(2) $\tan x = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + O(x^5)$ ($x \rightarrow 0$) を満たす定数 A, B, C, D, E を求めよ。(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - \tan x}{x^3}$ を求めよ。

2 3

(1) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}$ を求めよ。(2) $\int \sqrt{x^2 + 4x} dx$ を求めよ。

3 4

(1) $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$ を求めよ。(2) $\int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{dx}{x^4 - 1}$ を求めよ。