

数学解析 宿題 No. 7 (2020年7月27日出題, 7月30日(金)18:00 までに Oh-o! Meiji に PDF 形式で提出)

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

- 問7 (1) (a)  $A \subset \mathbb{R}^n$  とする。  $A$  が  $\mathbb{R}^n$  の開集合であるとは、  を満たすことをいう。 (b)  $\mathbb{R}^n$  の閉集合の定義を書け。
- (2) 以下の集合が  $\mathbb{R}^n$  の開集合または閉集合であれば、そのことを証明せよ。7/20の授業中の定理を用いる場合には、どの定理を用いたか記せ。
- (a)  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 1\}$  (b)  $V = \{(0, 0), (3, 1)\}$  (2点からなる集合)
- (c)  $(0, 0), (3, 1), (1, 3)$  を頂点とする三角形の内部  $\Delta$  (「内部」とは、辺を含まない、という意味)
- (3)  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}$  とおき、  $f: K \rightarrow \mathbb{R}$  を  $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 2y + 1$  で定義するとき、  $f$  の最大値と最小値が存在することを示せ (値を求める必要はない)。