数学解析 宿題 No. 3　(2020 年 6 月 1 日出題, 6 日 (土)18:00 までに Oh-o! Meiji に PDF 形式で提出)

__年__ 組____番　氏名_____________　(解答は裏面も使用可, A4 レポート用紙に書いても可)

問 3　(2020 年 6 月 1 日出題, 裏面利用可能)

(1) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ を実数列, $A \in \mathbb{R}$ とするとき、次の条件 (a), (b), (c) を論理式で表せ。

(a) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ は A に収束する。　(b) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ は A に収束しない。(否定記号 $\neg$ を用いずに表すこと。)

(c) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ は有界な数列である。

(2) 実数列 $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}, \{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ が、$n \to \infty$ のとき、それぞれ $a, b \in \mathbb{R}$ に収束するならば、$\left\{a_n - \sqrt{3}b_n\right\}_{n\in\mathbb{N}}$ は $a - \sqrt{3}b$ に収束することを (数列の収束の定義に基づいて) 証明せよ。

(3) 実数列 $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}, \{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}, \{c_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ が

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad a_n \leq b_n \leq c_n$$

を満たし、$\{a_n\}$ と $\{c_n\}$ が $A \in \mathbb{R}$ に収束するならば、$\{b_n\}$ も A に収束することを証明せよ。