数学解析 練習 No. 2 (2019 年 4 月 22 日, 提出の必要はない)

__年__ 組____番 氏名____________

問 2 次にあげる $\mathbb{R}$ の部分集合 A_j $(j = 1, 2, \ldots, 10)$ に対して、$\sup A_j$, $\inf A_j$ を求めよ。

$$A_1 := (0,1], \quad A_2 := \mathbb{N}, \quad A_3 := \mathbb{R}, \quad A_4 := \left\{ \frac{1}{n} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\}, \quad A_5 := \left\{ n^2 \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\},$$
$$A_6 := \left\{ (-1)^n \frac{1}{n} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\}, \quad A_7 := \left\{ x \in \mathbb{Q} \;\middle|\; x^2 < 2 \right\}, \quad A_8 := \left\{ \sin \frac{1}{n} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\},$$
$$A_9 := (0,1) \cup (2,3), \quad A_{10} := \left\{ \tan^{-1} x \;\middle|\; x \in \mathbb{R} \right\}.$$

(ただし $\tan^{-1}$ は主値を表すとする。また、$(0,1]$, $(0,1)$, $(2,3)$ は $\mathbb{R}$ の区間である。)

問 2 解答　簡単に出来るものは簡単にしてから (例えば $A_{10}=(-\pi/2,\pi/2)$)、図が描ければ図を描いて、どういう集合か把握し、上に有界ならば上限を求め、それを sup とする。上に有界でないならば (上限は存在せず) $\sup=\infty$ である。inf についても同様。

$\sup A_1=1$, $\inf A_1=0$, $\sup A_2=\infty$, $\inf A_2=1$, $\sup A_3=\infty$, $\inf A_3=-\infty$, $\sup A_4=1$, $\inf A_4=0$, $\sup A_5=\infty$, $\inf A_5=1$, $\sup A_6=\dfrac{1}{2}$, $\inf A_6=-1$, $\sup A_7=\sqrt{2}$, $\inf A_7=-\sqrt{2}$, $\sup A_8=\sin 1$, $\inf A_8=0$, $\sup A_9=3$, $\inf A_9=0$, $\sup A_{10}=\dfrac{\pi}{2}$, $\inf A_{10}=-\dfrac{\pi}{2}$. ■