

__年__組__番 氏名_____

問3 (1) 有名な等式

$$\pi = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$$

の右辺の級数が収束する ($\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}$ が存在する) ことを本日の授業で解説した定理「 $\{a_n\}$ が単調減少数列で、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ が成り立つならば、

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$$

は収束する。」を用いて確認せよ。

(2) (1) で紹介した定理の証明の中の b_n, c_n は何か。 $\{b_n\}$ が単調増加かつ上に有界であることを確認せよ。 $\lim_{n \rightarrow \infty} (c_n - b_n) = 0$ であることを確認せよ。

(3) 数列 $\{s_n\}$ について、 $\{s_{2n}\}$ と $\{s_{2n-1}\}$ が共通の極限 s を持てば、 $\{s_n\}$ 自身が s に収束することを示せ。