数学解析 練習 **No. 2**　(2017 年 4 月 17 日, 提出の必要はない)

__年__ 組____番　氏名____________

問 2　次にあげる $\mathbb{R}$ の部分集合 A_j $(j = 1, 2, \ldots, 10)$ に対して、$\sup A_j$, $\inf A_j$ を求めよ。

$$A_1 := (0, 1], \quad A_2 := \mathbb{N}, \quad A_3 := \mathbb{R}, \quad A_4 := \left\{ \frac{1}{n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad A_5 := \left\{ n^2 \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\},$$
$$A_6 := \left\{ (-1)^n \frac{1}{n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad A_7 := \left\{ x \in \mathbb{Q} \,\middle|\, x^2 < 2 \right\}, \quad A_8 := \left\{ \sin \frac{1}{n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\},$$
$$A_9 := (0, 1) \cup (2, 3), \quad A_{10} := \left\{ \tan^{-1} x \,\middle|\, x \in \mathbb{R} \right\}.$$

(ただし $\tan^{-1}$ は主値を表すとする。また、$(0, 1]$, $(0, 1)$, $(2, 3)$ は $\mathbb{R}$ の区間である。)

問 2 解答　簡単に出来るものは簡単にしてから (例えば $A_{10} = (-\pi/2, \pi/2)$)、図が描ければ図を描いて、どういう集合か把握し、上に有界ならば上限を求め、それを sup とする。上に有界でないならば (上限は存在せず) $\sup = \infty$ である。inf についても同様。

$\sup A_1 = 1$, $\inf A_1 = 0$, $\sup A_2 = \infty$, $\inf A_2 = 1$, $\sup A_3 = \infty$, $\inf A_3 = -\infty$, $\sup A_4 = 1$, $\inf A_4 = 0$, $\sup A_5 = \infty$, $\inf A_5 = 1$, $\sup A_6 = \dfrac{1}{2}$, $\inf A_6 = -1$, $\sup A_7 = \sqrt{2}$, $\inf A_7 = -\sqrt{2}$, $\sup A_8 = \sin 1$, $\inf A_8 = 0$, $\sup A_9 = 3$, $\inf A_9 = 0$, $\sup A_{10} = \dfrac{\pi}{2}$, $\inf A_{10} = -\dfrac{\pi}{2}$. ■