

# 数学解析 第2回メモ

桂田 祐史

2017年4月17日, 2017年5月7日

宿題問2<sup>1</sup>を出しました。

- 履修登録をしているのは105人と判明(想像していたのよりも多い)。出欠カードを105枚持って行く。
- 今日配るプリントは3枚。宿題2<sup>2</sup>以外に練習No. 1<sup>3</sup>, 練習No. 2<sup>4</sup>。
- まず宿題1を回収して、少し時間猶予を与えるため、練習No. 1を黒板で説明。自宅で「用語の復習」をするように言ってあって、前回の授業の復習をする場合は、「上界」, 「上に有界」, 「上限」, 「最大値」が復習すべき用語であろう、それをやってみましょう、というのが趣旨。
- 2は  $A = [1, 2)$  の上限であることを証明してみせる(前回のやり残し)。
- 前回紹介した定理「最大値はもし存在すれば上限である。」を証明してみせる。
- (忘れた) 本当は、この辺で上限の一意性を言うておくべきなんだな。そうしておかないと「 $S$ は  $A$  の上限」と言っても、「 $A$  の上限は  $S$ 」と言えないことになる。
- アルキメデスの公理の証明。
- $C = \left\{ -\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$  の上限は0を証明する。
- 「今日は○は□の上限」という命題の証明を3つやりました。それを見ると、上限の定義が頭に入って来る気がしませんか？」
- この辺でちらっと次回の予告(次回は極限をやります)。
- sup という記号の紹介。
- (忘れた)  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  とするとき、「 $A$  の上限が存在  $\Leftrightarrow A$  は上に有界」。
- 下界、下に有界、下限、最小値。

大まかに §1 を終わらせたが、忘れ物が少々。

- (a) 上限は存在しても一つしかない(これを書いてある本ってあるのかな? 証明は問にしていた。)

<sup>1</sup><http://nalab.mind.meiji.ac.jp/~mk/kaiseki/toi2.pdf>

<sup>2</sup><http://nalab.mind.meiji.ac.jp/~mk/kaiseki/toi2.pdf>

<sup>3</sup><http://nalab.mind.meiji.ac.jp/~mk/kaiseki/ren1.pdf>

<sup>4</sup><http://nalab.mind.meiji.ac.jp/~mk/kaiseki/ren2.pdf>

- (b)  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  とするとき、 $A$  の上限が存在  $\Leftrightarrow A$  は上に有界。
- (c) 上に有界であれば上限は必ず存在する。また、最大値が存在すればそれは上限である。さらに、上に有界であっても最大値は存在しないことがある。上限が存在する場合は、最大値が存在する場合を真に含むわけで、上限は便利な概念である。
- (c) は漠然と言ってあるが、(a), (b) はサボったので次回やっておく。