信号処理とフーリエ変換 第 10 回 スライド訂正・加筆

- 動画で見ていたプログラムに 1 行抜けがあり、動画中で書き足しました (その部分は後の動作には関わらない)。WWW に置いてあるプログラムでは修正してあります。
- スライドの 20 ページは脱字と誤字が多いので、次に修正したスライド (修正部分を赤くする) を示す。

音声信号を扱うとき、独立変数は (時刻なので) t で表し、信号の値そのものは x で表す、つまり信号を $x(t)$ で表すことが多いので、ここでもそれに従う。

周期 T の周期関数 $x\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ は次のように Fourier 級数展開出来る。

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\frac{2\pi}{T}t} \quad (t \in \mathbb{R}), \tag{1}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-in\frac{2\pi}{T}t}\,dt \quad (n \in \mathbb{Z}). \tag{2}$$

基音 $(n = \pm 1)$ の周波数は、周期の逆数 $f = \dfrac{1}{T}$ である。第 n 項の周期は $\dfrac{T}{|n|}$, 周波数は $|n|f$. n_0 倍音の周波数 $n_0 f$ に対応するのは、$n = \pm n_0$ の項である。

x が実数値関数なので、$\overline{c_n} = c_{-n}$ が成り立つ。特に $|c_{-n}| = |c_n|$. 実際

$$\overline{c_n} = \overline{\frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-in\frac{2\pi}{T}t}\,dt} = \frac{1}{T}\int_0^T \overline{x(t)}\;\overline{e^{-in\frac{2\pi}{T}t}}\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-i(-n)\frac{2\pi}{T}t}\,dt = c_{-n}.$$

(Cf. 実数値関数 f の Fourier 変換 $\widehat{f}$ に対して、$\overline{\widehat{f}(\xi)} = \widehat{f}(-\xi)$ が成り立つ。)