

信号処理とフーリエ変換 課題 No. 1 (2019/10/23 出題, 締め切り 11/13 授業開始時)

__年__組__番 氏名_____ (Oh-o! Meiji に PDF, または桂田に直接手渡し)

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は周期 2π の周期関数で

$$f(x) = \frac{1}{10} \sin 2x + |x| \quad (-\pi \leq x < \pi), \quad g(x) = \frac{1}{5} \cos 2x + \begin{cases} 1 & (0 < x < \pi) \\ 0 & (x = -\pi, 0) \\ -1 & (-\pi < x < 0) \end{cases}$$

を満たすとき、以下の問に答えよ。

- (1) f と g の Fourier 級数を求め、各級数の収束について説明せよ。
- (2) コンピューターを用いて、 f のグラフ、 f の部分和のグラフ、 g のグラフ、 g の部分和のグラフを描け (部分和を何項取るかは、いくつか試してから自分で決めること。グラフを描くためのプログラムやコマンドも記すこと)。
- (3) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ は周期 2π で、 $h(x) = |x|$ ($-\pi \leq x < \pi$) とする。この h について Parseval の等式

$$\pi \left(\frac{|a_0|^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n|^2 + |b_n|^2) \right) = \int_{-\pi}^{\pi} |h(x)|^2 dx$$

の両辺を計算せよ (a_n, b_n は h の Fourier 係数である)。