

授業の訂正

桂田 祐史

2017年9月2x日～

授業中の間違いのうち、授業の後から気づいたものを記録することにしていきます。変だなと思ったら、なるべく授業中に指摘・質問して下さい。

- 2017/10/4 授業の終盤

$$\|f - h\| = \inf_{g \in V} \|f - g\| \Rightarrow (f - h) \perp V$$

の証明で不等式の向きを間違えました (泣)。

証明 $g \in V$ として、 $v := g - h$ とおく (v は h から g に向かうベクトル)。 $t \in \mathbb{R}$ に対して、 $h + tv$ は h と g を結ぶ直線 ($\subset V$) 上を動く。

$$F(t) := \|f - (h + tv)\|^2 \quad (t \in \mathbb{R})$$

という関数を考える。 $t = 0$ のとき、 $h + tv = h$ で、これが V 上の点のうち最も f に近いという仮定から、

$$F(0) = \|f - h\|^2 \leq \|f - (h + tv)\|^2 = F(t).$$

つまり F は $t = 0$ で最小である。

$$F(t) = \|f - h\|^2 - 2t(f - h, v) + t^2 \|v\|^2$$

は2次関数であるから、 $t = 0$ で最小であるためには1次の係数が0でなければならない。

$$(f - h, v) = 0 \quad (\text{つまり } (f - h, g - h) = 0).$$

これが任意の g について成り立つことから、 $(f - h) \perp V$. ■