複素関数・同演習 宿題 No. 9 (2026 年 11 月 25 日出題, 12 月 1 日 (火) 13:30 〆切。Oh-o! Meiji で提出)

____ 年 ____ 組 _____ 番　氏名_____　(裏面も利用可)

問 9　(1) $z \in \mathbb{C}$ とするとき、$\tan w = z$ を満たす w をすべて求めよ ($\tan^{-1}$ を $\log$ で表せということ, $\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$, $\cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$, $\sin z = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$ を用いる, z によっては解が存在しない)。

(2) $r > 0$, $c \in \mathbb{C}$ のとき、次の線積分の値を求めよ。

(a) $\displaystyle\int_{|z-c|=r} \frac{dz}{z-c}$　(b) $\displaystyle\int_{|z-c|=r} (z-c)^n \, dz$ (ただし $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$)

(3) 次の各曲線 γ に対して、$\displaystyle\int_\gamma \mathrm{Im}\, z \, dz$ の値を求めよ。

(i) 0 から $1+i$ に至る線分 γ

(ii) 0 から 1, そして 1 から $1+i$ に至る折れ線 γ

(iii) 0 から i, そして i から $1+i$ に至る折れ線 γ

(4) 4 点 $0,\ 1,\ 1+i,\ i$ を頂点とする正方形の周を正の向きに一周する曲線を Γ とするとき、$\displaystyle\int_\Gamma (z^2 - 2iz + 3) dz$ の値を求めよ。　(解答には 1 分かからないはずです。)