複素関数・同演習 宿題 No. 8 (2026 年 11 月 18 日出題, 11 月 24 日 (火) 13:30 〆切。Oh-o! Meiji で提出)

____ 年 ____ 組 _____ 番　氏名_____　(裏面も利用可)

問 8

(1) すべての複素数 z に対して $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ が成り立つことを示せ。ただし (2026/11/17 の講義のように) 冪級数で e^z, $\cos z$, $\sin z$ を定義したとする。

(2) $f''(z) = -3f(z)$, $f(0) = 2$, $f'(0) = 1$ を満たす $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ とその収束半径を求めよ。

(チェック用: 実変数の微分方程式として解くと、$f(x) = 2\cos\left(\sqrt{3}x\right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\left(\sqrt{3}x\right)$)

(3) 複素数の範囲で次の各方程式を解け (ただし $\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$ とする)。

(a) $e^z = -e$　(b) $e^z = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$　(c) $\sin z = -1$　(d) $\cos z = 2$　(e) $\tan z = 3i$