

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

### 問 11

(1) 以下の (a), (b) に答えよ。領域はなるべく具体的な式で表すこと (それが出来ない場合は図で示すのも認める)。「○○であること」、「□□でないこと」の簡単な根拠を書くこと。

(a) 凸である領域 ( $\subset \mathbb{C}$ ) の例 (ただし  $\mathbb{C}$ ,  $D(c; r)$  以外のもの) をあげよ。

(b) 凸でないが星型である領域 ( $\subset \mathbb{C}$ ) の例 (ただし、 $\mathbb{C} \setminus$  半直線, 星の形  $\star$  以外のもの) をあげよ。

(2) 円盤における Cauchy の積分公式  $f(a) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-c|=r} \frac{f(z)}{z-a} dz$  (仮定をここに書くのは省略) に当てはめることによって、以下の線積分の値を求めよ (部分分数分解はしないでやること)。

(1)  $\int_{|z-1|=2} \frac{dz}{(z-2)(z+2)}$     (2)  $\int_{|z-i|=2} \frac{dz}{z(z-2)}$     (3)  $\int_{\partial D} \frac{dz}{z(z-3)^2}$     ( $D$  は  $1-i, 1+i, -1+i,$   
 $-1-i$  を頂点とする正方形)

ヒント: 図を描いて、曲線と被積分関数の特異点の位置関係を把握すること。(3) は積分路を変形する。