

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

問8 (1) $C: z = 3e^{i\theta}$ ($\theta \in [0, \pi/2]$) とする時、 $\int_C \frac{dz}{(\bar{z})^4}$ の値を求めよ。

(2) $r > 0, c \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$ のとき、次の線積分の値を求めよ。(a) $\int_{|z-c|=r} \frac{dz}{z-c}$ (b) $\int_{|z-c|=r} (z-c)^n dz$

(3) 次の各曲線 γ に対して、 $\int_{\gamma} \operatorname{Re} z dz$ の値を求めよ。(i) 0 から 1, そして 1 から $1+i$ に至る折れ線
(ii) 0 から i , そして i から $1+i$ に至る折れ線 (iii) 0 から $1+i$ に至る線分

(4) 4点 $0, 1, 1+i, i$ を頂点とする正方形の周を正の向きに一周する曲線を Γ とするとき、 $\int_{\Gamma} \operatorname{Im} z dz$,
 $\int_{\Gamma} (3z^2 + 2z + 1) dz$ の値を求めよ。

補足 <http://nalab.mind.meiji.ac.jp/~mk/complex/memo-toi8.pdf> を見ること。

(* (1) *)

```
li[fz_, phit_, a_, b_] :=  
  Integrate[(fz /. z -> phit) D[phit, t], {t, a, b}]
```

(* (2) (a) *)

```
li[1/(Conjugate[z])^4, 3Exp[I t], 0, Pi/2]
```

(* (3) (i) *)

```
li[1/(z-c), c+r Exp[i t], 0, 2Pi]
```

(* (3) (ii) *)

```
li[Re[z], t, 0, 1] + li[Re[z], 1+I t, 0, 1]
```

(* (3) (iii) *)

```
li[Re[z], (1 + I) t, 0, 1]
```

(* (4) *)

```
f[z_] := Im[z]
```

```
li[f[z], t, 0, 1] + li[f[z], 1+I t, 0, 1] + li[f[z], 1+I-t, 0, 1] + li[f[z], I-I t, 0, 1]
```

```
f[z_] := 3z^3+2z^2+z
```

```
li[f[z], t, 0, 1] + li[f[z], 1+I t, 0, 1] + li[f[z], 1+I-t, 0, 1] + li[f[z], I-I t, 0, 1]
```

(2) は「覚えてしまえ」だけど、(b) は Mathematica でどうやったら計算できるのか？