

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

問7 (1) 任意の複素数 z に対して $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$, $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ が成り立つことを示せ。

ただし冪級数で e^z , $\cos z$, $\sin z$ を定義したとする。… どちらかという先週の問題。

(2) 複素数の範囲で次の各方程式を解け (ただし $\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$ とする)。

(a) $e^z = -e$ (b) $e^z = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$ (c) $\sin z = -1$ (d) $\cos z = 2$ (e) $\tan z = 3i$

(2) Abel の連続性定理を用いて、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = \log 2$ であることを示せ。(実関数 $\log x$ が $\log(1+x) =$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ ($-1 < x < 1$) を満たすことは認める。)