

複素関数・同演習 宿題 No. 4 (2021年10月12日出題, 10月19日13:30までにPDF形式で提出)

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

問4 (1) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ を $f(z) = \log |z|$ ($z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$) で定める。 f はいたるところで微分できないことを示せ。(2) Ω は \mathbb{C} の領域、 $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ は正則、 f の実部・虚部を u, v とするとき、以下の問に答えよ。(a) v は調和関数であることを示せ。(b) v の共役調和関数を求めよ。(3) この講義では、 $z \in \mathbb{C}$ に対して、 $e^z = e^x(\cos y + i \sin y)$ (ただし $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)) として指数関数を定義した。 $(e^z)' = e^z$ であることを示せ。

ヒント: (1) などむしろ先週の問題かも。(2)(a) は簡単のはず。(b) 授業で説明したように u は答えでないけれど。