

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

問 12 (1) $f(z) = \frac{z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 3z - 13}{z^3 - 3z - 2}$ について、以下の問に答えよ ($f(z)$ の部分分数分解の結果は、Mathematica で `Apart[(z^4+2z^3+5z^2+3z-13)/(z^3-3z-2)]` として検算することを勧める)。

(a) -1 のまわりの f の Laurent 展開とその収束範囲 (どういう円環領域?), 主部、留数を求めよ。

(b) 円環領域 $A(2; 3, +\infty)$ における f の Laurent 展開を求めよ。

(c) f のすべての極とその位数を答えよ。

(2) $f(z) = \frac{z+3}{(z+1)(z+2)^3}$ とするとき、 $\text{Res}(f; -1)$, $\text{Res}(f; -2)$, $\text{Res}(f; -3)$ を求めよ (極の場合、12月16日の講義の定理 24.8 を用いること)。