

Oh-o! Meiji

シラバス

年度	2020 年度		
授業科目名	総合数理学部 複素関数		
担当教員	桂 田 祐 史 准教授	単位数	2
開講日	秋学期/火曜日/3限	キャンパス	中野
科目ナンバー	(MS)MAT231J		
主催区分	MS: 総合数理学部・先端数理科学研究科	授業形態	1: 講義
学問分野(大区分)	MAT: 数学	授業言語	J: 日本語
レベル	2: 学部 発展的, 応用的な内容の科目		
学問分野(小区分)	3: 解析学基礎		

授業の概要・到達目標

複素数を変数とする複素数値の関数を複素関数と呼ぶ。特に微分可能な複素関数（正則関数）を扱う複素関数論は、現代の数学にとって欠かすことの出来ない基礎の一つである。実数の世界では無関係に見えたことが、複素数の世界ではつながりを持つことが明らかになり、コーシーの積分定理を軸に統一的な理論が出来上がっている。

複素数の定義と簡単な性質に引き続き、複素平面を導入する。極限に引き続き連続性、微分可能性（正則性）を定義する。冪級数を用いて複素関数としての初等関数を導入し、基本的な性質を導く。線積分を定義し、複素関数論で最も重要なコーシーの積分定理、積分公式を導いた後、任意の正則関数がテイラー展開可能であるという重要かつ驚くべき定理、一致の定理を証明する。最後に留数とその簡単な応用を紹介する。

上に述べたような複素関数論の初歩（留数定理まで）について理解を進め、基本的な計算を遂行し、応用する能力を養うことがこの講義の目標となる。

授業内容

第1回：複素数、複素平面、2次方程式
 第2回：複素指数関数、極形式、 n 乗根
 第3回：複素関数の極限、連続性、複素関数の微分可能性（正則性）、コーシー・リーマンの微分方程式
 第4回：コーシー・リーマンの微分方程式の応用、調和関数、等角性、逆関数定理
 第5回：冪級数、収束半径、一様収束
 第6回：冪級数の項別微積分
 第7回：冪級数による初等関数（指数関数、三角関数、対数関数）の定義、収束円周上での収束・発散、Abelの定理
 第8回：複素対数関数、冪関数、初等関数
 第9回：曲線に沿った積分（複素線積分）、コーシーの積分定理
 第10回：原始関数、星型領域と単連結領域、星型領域におけるコーシーの積分定理、円盤におけるコーシーの積分公式
 第11回：正則関数の冪級数展開、積分路の変形、一般のコーシー積分公式
 第12回：ローラン展開、孤立特異点、留数
 第13回：孤立特異点の分類、留数定理
 第14回：留数定理の応用

履修上の注意

複素関数演習も合わせて履修すること。

準備学習（予習・復習等）の内容

ノートとWWWで公開する講義資料を良く読んで復讐すること。特に新しい用語・記号の定義は自分で書けるようになることが望ましい。また授業中のコンピューター実習で出来なかったことが残った場合は、完遂するよう努めること。いずれも不明な部分があれば次回授業で質問すること。

教科書

『複素関数入門』神保道夫（岩波書店）

参考書

講義ノート(PDF)はWWWで公開する。
『解析入門II』杉浦光夫(東京大学出版会)
微積分の辞書的教科書だが関数論にも詳しい。
『複素関数論の要諦』堀川 穎二(日本評論社)
講義とはやや違う角度からのていねいな解説。
『関数論入門 --- 複素変数の微分積分学』
梶原 穰二(森北出版)
演習問題が豊富。
『なっとくする複素関数』小野寺嘉孝(講談社)
理解のヒントに。
『留数解析 --- 留数による定積分と級数の計算』
一松信(共立出版)
小冊子だが留数計算について詳しく説明されている。
『関数とは何か』岡本久・長岡亮介(近代科学社)
「複素関数論の歴史」が含まれている。
『複素解析』高橋礼司(東京大学出版会)
やや程度の高い参考書。

成績評価の方法

毎週出す宿題(20%)と期末試験(80%)による。期末試験では講義した全範囲から偏りなく出題する。点数から成績への換算は大学の基準に従う(合格は60%以上の得点を取ることが条件)。

その他

特に定めない。

