

__年__組__番 氏名_____

問7 (1) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 z^n$ の和を求めよ。 (2) (11/8 の講義で説明するように) 冪級数で e^z , $\cos z$, $\sin z$

を定義したとき、 $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$, $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ が成り立つことを示せ。

(3) (a) $f(z) = e^z$ が $f'(z) = f(z)$, $f(0) = 1$ を満たすことを用いて、任意の $c \in \mathbb{C}$ に対して、 $f(z)f(c-z) = f(c)$ であることを示せ。(b) 任意の $a, b \in \mathbb{C}$ に対して $e^a e^b = e^{a+b}$ であることを示せ。