

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_

**問 4** (1) 以下の各  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  に対して、 $f$  の実部・虚部  $u, v$  を求めよ。

(a)  $f(z) = z^2 + z + 1$  ( $\Omega = \mathbb{C}$ ) (b)  $f(z) = \frac{1}{z-1}$  ( $\Omega = \mathbb{C} \setminus \{1\}$ ) (c)  $f(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$  ( $\Omega = \mathbb{C}$ )

(2) 正則関数  $f(z)$  の実部・虚部を  $u(x, y), v(x, y)$  とするとき、 $\mathbf{f}(x, y) := \begin{pmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{pmatrix}$  とおくと、  
 $\det \mathbf{f}' = |f'|^2$  が成り立つことを示せ。