

2015/10/27 の板書の訂正

桂田 祐史

2015年10月27日

これは練習問題 No. 4 の問題 20 の (1)(e) です。

まず肝心の関数を書き間違えました。

$$f(z) = \frac{z^3 - 3z^2 - z + 5}{z^2 - 5z + 6}.$$

(授業では最初、3 を 2 にしてしまいました。)

$$(\#) \quad f(z) = z + 2 + \frac{1}{z-2} + \frac{2}{z-3}.$$

これから次の式を得ますが、ここでも間違えました。

$$(b) \quad f(z) = z + 2 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^{n+1}} - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{3^{n+1}}.$$

(授業では (b) の 2 を落としてしまいました。)

その後の変形が分かりにくいので、ちゃんと書きます。 $\sum_{n=0}^{\infty}$ を、 $n=0, 1$ の部分と $\sum_{n=2}^{\infty}$ に分けます。

$$\begin{aligned} f(z) &= z + 2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{4} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{z^n}{2^{n+1}} \right) - 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{z}{9} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{z^n}{3^{n+1}} \right) \\ &= 2 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + z - \frac{z}{4} - \frac{2}{9}z - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{2}{3^{n+1}} \right) z^n \\ &= \frac{12-3-4}{6} + \frac{36-9-8}{36}z - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{2}{3^{n+1}} \right) z^n \\ &= \frac{5}{6} + \frac{19}{36}z - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{2}{3^{n+1}} \right) z^n. \end{aligned}$$

このように整理した理由は、冪級数というのは、 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-c)^n$ という形をしているので、 n を指定するごとに a_n が何かすぐ分かるのが良い、と考えたからです。

上のようしておく、「 a_n は何?」「 $n=0$ ならば $\frac{5}{6}$, $n=1$ ならば $\frac{19}{36}$, $n \geq 2$ ならば $-\left(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{2}{3^{n+1}}\right)$ 」と答えられるわけですね。」