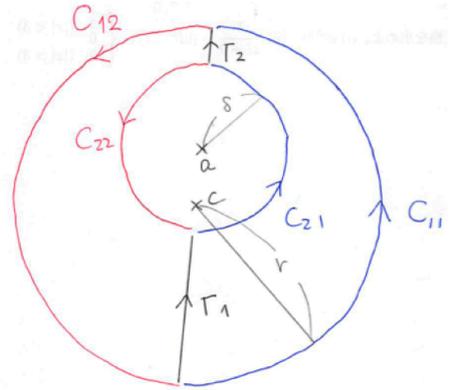


__年__組__番 氏名_____

問 8

$c, a \in \mathbb{C}, r > 0, |a - c| < r, 0 < \delta < r - |a - c|,$
 $f(z) = \frac{1}{z - a}$ とする。図は $\int_{|z-c|=r} \frac{dz}{z - a}$ を計算する
 ために考えた積分路を表している。 $|z - c| = r$ を二つ
 の半円弧 C_{11}, C_{12} に分割し、 $|z - a| = \delta$ を二つの半
 円弧 C_{21}, C_{22} に分割し、円弧の端点を線分 Γ_1, Γ_2 で
 結んでいる (図を見れば分かると思うので詳しい説明は
 略す)。



- (1) $C_{11} - \Gamma_2 - C_{21} - \Gamma_1$ の像 (形) を描き、それを含むが a は含まない、ある星型領域 U_1 の例を一つあげよ (U_1 は一通りには定まらないが、条件を満たすものを一つ書けば (描けば?) 良い)。
- (2) $C_{12} + \Gamma_1 - C_{22} + \Gamma_2$ の像を含むが、 a は含まない、ある星型領域 U_2 の例を一つあげよ。
- (3) (1), (2) を利用して、 $\int_{|z-c|=r} \frac{dz}{z - a} = \int_{|z-a|=\delta} \frac{dz}{z - a}$ であることを示せ。