

数学解析 宿題 No. 7 (2021年7月5日出題, 7月17日(土)18:00 までに Oh-o! Meiji で提出)

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出.)

問7 (1) (a) $A \subset \mathbb{R}^n$ とする。 A が \mathbb{R}^n の開集合であるとは、 を満たすことをいう。 (b) \mathbb{R}^n の閉集合の定義を書け。

(2) 以下の集合が \mathbb{R}^n の開集合または閉集合であれば、そのことを証明せよ。第10回授業(6/28)の定理を用いる場合には、どの定理を用いたか記せ。

(a) $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \leq 1\}$ (b) $V = \{(2, 0), (2, 1), (7, 5)\}$ (3点からなる集合)

(c) $(0, 0), (7, 5), (7, 10)$ を頂点とする三角形の内部 Δ (ここで「内部」とは辺を含まないという意味)

(3) $K = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, \frac{x^2}{3} + y^2 \leq 1 \right\}$ とおき、 $f: K \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 2y + 1$ で定義するとき、 f の最大値と最小値が存在することを示せ (値を求める必要はない)。