

2024年度 卒業論文

ボウリングの数理と剛体の運動のシミュレーション

明治大学 総合数理学部 現象数理学科

学籍番号 2610190058

氏名 坂口玲仁

目次

第 1 章 序論 3

1.1 研究背景

1.2 目的

第 2 章 ボウリングの運動 4

2.1 ボウリングの物理量

2.2 摩擦力

2.3 運動方程式

2.4 角運動量

2.5 剛体の回転運動

第 3 章 分析 11

3.1 条件設定

3.2 プログラム

第 4 章 結論 0

4.1 結果・考察

4.2 今後の課題

第1章 序論

1.1 研究背景

ボウリングは世界中で親しまれているスポーツであり、単純に見えるが、実際にはボールの回転やレーンの摩擦、投球の角度など、多くの物理的要素が絡み合っている。特に、ボールの動きを数理的に解析することで、どのように投げればストライクの確率を高められるかといった戦略を立てることが可能になる。

私は大学生活を通じて数学や物理の知識を深める中で、趣味として続けていたボウリングとの関連性に興味を持つようになった。特に、剛体の回転運動や摩擦力の影響がボウリングの軌道にどのように作用するのかを理解したいと考えた。

本研究の着想は、塚原[2]、片倉[3]のレポートに触発されたことにある。これらの研究では、ボウリングの物理モデルを用いて運動の解析を行っており、その理論的アプローチに強く興味を持った。そこで、私はこれまで学んだ剛体力学の知識を活かし、ボウリングボールの運動を数理的に解析し、シミュレーションを通じてその妥当性を検証することを目指した。

1.2 目的

本研究の目的は、ボウリングボールの運動を数式で表し、その挙動を解析することで、投球の最適化に寄与する知見を得ることである。具体的には、以下の3つの点に焦点を当てる。

1. ボウリングボールの物理モデルの構築

ボウリングボールの運動を記述するために、ニュートンの運動方程式やオイラーの剛体方程式を用い、摩擦力や慣性モーメントの影響を考慮した物理モデルを構築する。

2. 数値シミュレーションの実施

構築した数理モデルを基に数値シミュレーションを行い、ボールの軌跡や回転の変化を可視化する。特に、投球時の初速度や回転が軌道に与える影響を詳細に解析する。

本研究を通じて、ボウリングの運動を数理的に理解し、理論と実践を結びつけることを目指す。

第2章 ボウリングの運動

本章では、ボウリングのボールの運動を数理的に解析し、剛体の運動として扱うための基礎を整理する。ボウリングのボールはウレタン樹脂やポリエステル樹脂で作られており、剛体としての特性を持つと考えられる。本研究では、ボールを完全な球体と仮定し、重心と幾何中心が一致するものとする。また、空気抵抗は無視する。

2.1 ボウリングの物理量

- 2.1.1 重力 [N]

地球上の物体に働く一辺的な力で、物体の質量を m [kg]、重力加速度 g [m/s²] として、

$$F_g = mg$$

で表される。

- 2.1.2 速度 [m/s]

物体の 1 秒あたりの位置座標の変化量で、

$$v = \frac{dx}{dt}$$

で表される。

- 2.1.3 加速度 [m/s²]

物体の 1 秒あたりの速度の変化量で、

$$a = \frac{dv}{dt}$$

で表される。

- 2.1.4 角速度 [rad/s]

ある点を基準として物体が 1 秒あたりに進んだ角度のこと。

- 2.1.5 角加速度 [rad/s²]

ある点を基準として物体が 1 秒あたりに進んだ時の角速度の変化量のこと。

2.2 摩擦力

ボウリングのボールがレーン上を移動するとき、摩擦力が働く。この摩擦力は、ボールが滑る場合と転がる場合で異なる。

レーンと接触しているボール上の点を P と表す。P の速度を \vec{v}_p とするとき、

$$\begin{aligned}\vec{v}_p &= \vec{v}_c + \vec{\omega} \times \vec{C}_p \\ &= \begin{pmatrix} v_{cx} \\ v_{cy} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -R \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} v_{cx} - R\omega_y \\ v_{cy} + R\omega_x \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

が成り立つ。ここで、 \vec{v}_c はボールの中心の速度、 \vec{C}_p は P の座標である。滑らずに転がるとき $\vec{v}_p = 0$ である。以下、摩擦力を \vec{F}_s とする。

- 2.2.1 ボールが滑る場合

動摩擦力（滑り摩擦）とは物体が他の物体の表面にそって動くときに働く力である。ボウリングにおいてボールが滑る条件は

$$|\vec{F}_s| > \mu_s N$$

である。 F_s は以下の式で表される。

$$\vec{F}_s = -\mu_k N \frac{\vec{v}_p}{|\vec{v}_p|}$$

ここで、 μ_s は静止摩擦係数、 N はボールがレーンから受ける垂直抗力である。また、

$$|\vec{v}_p| = \sqrt{(v_{cx} - R\omega_y)^2 + (v_{cy} + R\omega_x)^2}$$

となるので、x 方向および y 方向に沿った成分は、

$$\begin{aligned}F_{sx} &= -\frac{\mu_k N}{\sqrt{(v_{cx} - R\omega_y)^2 + (v_{cy} + R\omega_x)^2}} (v_{cx} - R\omega_y) \\ F_{sy} &= -\frac{\mu_k N}{\sqrt{(v_{cx} - R\omega_y)^2 + (v_{cy} + R\omega_x)^2}} (v_{cy} + R\omega_x)\end{aligned}$$

である。

- 2.2.2 ボールが転がる場合

物体が面に対して静止しているとき ($\vec{v}_p = 0$)、面が物体に及ぼす力のうち、面に平行な成分の力を静止摩擦という。ボウリングにおいてボールが転がる条件は

$$|\vec{F}_s| \leq \mu_s N$$

である。このとき、 $\vec{v}_p = 0$ から、

$$\vec{v}_c = \begin{pmatrix} R\omega_y \\ -R\omega_x \\ 0 \end{pmatrix}$$

となる。

2.3 運動方程式

- 2.3.1 ニュートンの運動方程式

重心の速度 v を、ボールに作用する力 F_g とすると、ニュートンの運動方程式は以下のよう表される。

$$F_g = m \frac{dv}{dt}$$

2.4 角運動量

角運動量を L とすると、

$$L = r \times p$$

が成り立つ。

2.5 剛体の回転運動

ボールは回転しながら動くので剛体の回転運動について考える必要がある。

- 2.5.1 慣性テンソル

角速度ベクトルを $\vec{\omega}$ とした時、時刻 t の関数として、

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \omega_x(t) \\ \omega_y(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix}$$

となる。ここで角速度の定義から ω を角速度とした時 $r\omega = v$ が成り立つ。この式はベクトル公式として $\omega \times r = v$ という外積の形で表すことができる。この剛体の O まわりの回転運動の角運動量ベクトルを L とすると、 $p = mv$, $\omega \times r = v$ であり、剛体は質点の集合と考えることができるのでモーメントの定義から、

$$L = L(t) = \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n r_k \times p_k = \sum_{k=1}^n m_k (r_k \times \dot{r}_k)$$

となる。公式： $\omega \times r = v = \dot{r}$ を用いて、

$$L = \sum_{k=1}^n m_k \{r_k \times (\omega \times r_k)\}$$

ベクトル3重根の公式を用いて、

$$\begin{aligned} r_k \times (\omega \times r_k) &= (r_k \cdot r_k)\omega - (r_k \cdot \omega)r_k \\ &= (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - (x_k\omega_x + y_k\omega_y + z_k\omega_z) \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (y_k^2 + z_k^2)\omega_x - x_k y_k \omega_y - z_k x_k \omega_z \\ -x_k y_k \omega_x + (z_k^2 + x_k^2)\omega_y - y_k z_k \omega_z \\ -z_k x_k \omega_x - y_k z_k \omega_y + (x_k^2 + y_k^2)\omega_z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

これを元の式に代入して、

$$\begin{aligned} L &= \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n m_k \begin{bmatrix} (y_k^2 + z_k^2)\omega_x - x_k y_k \omega_y - z_k x_k \omega_z \\ -x_k y_k \omega_x + (z_k^2 + x_k^2)\omega_y - y_k z_k \omega_z \\ -z_k x_k \omega_x - y_k z_k \omega_y + (x_k^2 + y_k^2)\omega_z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \omega_x \sum_{k=1}^n m_k (y_k^2 + z_k^2) - \omega_y \sum_{k=1}^n m_k x_k y_k - \omega_z \sum_{k=1}^n m_k z_k x_k \\ -\omega_x \sum_{k=1}^n m_k x_k y_k + \omega_y \sum_{k=1}^n m_k (z_k^2 + x_k^2) - \omega_z \sum_{k=1}^n m_k y_k z_k \\ \omega_x \sum_{k=1}^n m_k z_k x_k - \omega_y \sum_{k=1}^n m_k y_k z_k + \omega_z \sum_{k=1}^n m_k (x_k^2 + y_k^2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \sum_{k=1}^n m_k (y_k^2 + z_k^2), I_{yy} = \sum_{k=1}^n m_k (z_k^2 + x_k^2), I_{zz} = \sum_{k=1}^n m_k (x_k^2 + y_k^2), \\ I_{xy} &= \sum_{k=1}^n m_k x_k y_k, I_{yz} = \sum_{k=1}^n m_k y_k z_k, I_{zx} = \sum_{k=1}^n m_k z_k x_k \end{aligned}$$

とする。この I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} を慣性モーメントという。まとめると、

$$L = \begin{bmatrix} I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{zx}\omega_z \\ -I_{xy}\omega_x + I_{yy}\omega_y - I_{yz}\omega_z \\ -I_{zx}\omega_x - I_{yz}\omega_y + I_{zz}\omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

このようになり、右辺の3行3列の対称行列を慣性テンソルという。

慣性テンソル $A = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$ とおくことで、 $L = A\omega$ と、シンプルな式になる。

- 2.5.2 慣性主軸

慣性テンソル A は対角線に関して対称な成分をもつ対称行列となっているため、

固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

固有ベクトル $i = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \end{bmatrix}, j = \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{22} \\ u_{32} \end{bmatrix}, k = \begin{bmatrix} u_{13} \\ u_{23} \\ u_{33} \end{bmatrix}$ とおくと、

直交行列 $U = [i \ j \ k]$ ($i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0, \|i\| = \|j\| = \|k\| = 1$)

によって対角化できる。

$$U^{-1}AU = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

また、 $\omega = U\omega_0, L = UL_0$ とし、それぞれ $\omega_0 = \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix}, L_0 = \begin{bmatrix} L_{x0} \\ L_{y0} \\ L_{z0} \end{bmatrix}$ と成分表示する。

$$\begin{aligned} \omega &= \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} u_{11}\omega_{x0} + u_{12}\omega_{y0} + u_{13}\omega_{z0} \\ u_{21}\omega_{x0} + u_{22}\omega_{y0} + u_{23}\omega_{z0} \\ u_{31}\omega_{x0} + u_{32}\omega_{y0} + u_{33}\omega_{z0} \end{bmatrix} \\ &= \omega_{x0} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \end{bmatrix} + \omega_{y0} \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{22} \\ u_{32} \end{bmatrix} + \omega_{z0} \begin{bmatrix} u_{13} \\ u_{23} \\ u_{33} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

よって、 $\omega = \omega_{x0}i + \omega_{y0}j + \omega_{z0}k$ となり、 i, j, k は互いに直行する単位ベクトルなので、 ω_0 は ω を i, j, k によって定まる剛体に固定した直交座標系 $Ox_0y_0z_0$ (慣性主軸) で成分表示したものである。同様に、 L_0 も L を座標系 $Ox_0y_0z_0$ で成分表示したベクトルである。

- 2.5.3 オイラーの剛体方程式

これらを $L = A\omega$ に代入すると、

$$UL_0 = AU\omega_0$$

U は直行行列なので、逆行列 U^{-1} が存在する。 U^{-1} を両辺に左からかけると、

$$L_0 = U^{-1}AU\omega_0$$

ここで、 $A_0 = U^{-1}AU = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$ とおくと、

$$L_0 = A_0\omega_0 = \begin{bmatrix} L_{x0} \\ L_{y0} \\ L_{z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix}$$

となり、この I_x, I_y, I_z を主慣性モーメントと呼ぶ。

また、

$$L = UL_0 = [i \quad j \quad k] \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} = I_x \omega_{x0} i + I_y \omega_{y0} j + I_z \omega_{z0} k$$

となり、慣性主軸により角運動量ベクトル L が簡潔に表せられた。

ここで、主慣性モーメントは慣性主軸形によって、

$$I_x = \sum_{k=1}^n m_k (y_{0k}^2 + z_{0k}^2), I_y = \sum_{k=1}^n m_k (z_{0k}^2 + x_{0k}^2), I_z = \sum_{k=1}^n m_k (x_{0k}^2 + y_{0k}^2)$$

と表せられる。主軸性モーメントは時刻 t に影響されない剛体固有の量、つまり正の定数である。

これに対して、角速度ベクトル、慣性主軸は t とともに変動する t の関数である。

回転の運動方程式に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \frac{d}{dt} (I_{x0} \omega_{x0} i + I_{y0} \omega_{y0} j + I_{z0} \omega_{z0} k) \\ &= I_x \left(\frac{d\omega_{x0}}{dt} i + \omega_{x0} \frac{di}{dt} \right) + I_y \left(\frac{d\omega_{y0}}{dt} j + \omega_{y0} \frac{dj}{dt} \right) + I_z \left(\frac{d\omega_{z0}}{dt} k + \omega_{z0} \frac{dk}{dt} \right) \end{aligned}$$

となる。ここで、公式： $\omega \times r = \frac{dr}{dt}$ を用いて、

$$\frac{di}{dt} = \omega \times i = \omega_{z0} j - \omega_{y0} k, \frac{dj}{dt} = \omega \times j = \omega_{x0} k - \omega_{z0} i, \frac{dk}{dt} = \omega \times k = \omega_{y0} i - \omega_{x0} j$$

と変形できる。よって、

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= I_x \left(\frac{d\omega_{x0}}{dt} i + \omega_{x0} (\omega_{z0} j - \omega_{y0} k) \right) + I_y \left(\frac{d\omega_{y0}}{dt} j + \omega_{y0} (\omega_{x0} k - \omega_{z0} i) \right) \\ &\quad + I_z \left(\frac{d\omega_{z0}}{dt} k + \omega_{z0} (\omega_{y0} i - \omega_{x0} j) \right) \\ &= \left\{ I_x \frac{d\omega_{x0}}{dt} - (I_{y0} - I_{z0}) \omega_{y0} \omega_{z0} \right\} i + \left\{ I_y \frac{d\omega_{y0}}{dt} - (I_{z0} - I_{x0}) \omega_{z0} \omega_{x0} \right\} j \\ &\quad + \left\{ I_z \frac{d\omega_{z0}}{dt} - (I_{x0} - I_{y0}) \omega_{x0} \omega_{y0} \right\} k \end{aligned}$$

トルク $T = N_x i + N_y j + N_z k$ と i, j, k 成分を比較すると、

$$I_{x0} \frac{d\omega_{x0}}{dt} - (I_{y0} - I_{z0}) \omega_{y0} \omega_{z0} = N_x$$

$$I_{y0} \frac{d\omega_{y0}}{dt} - (I_{z0} - I_{x0})\omega_{z0}\omega_{x0} = N_y$$

$$I_{z0} \frac{d\omega_{z0}}{dt} - (I_{x0} - I_{y0})\omega_{x0}\omega_{y0} = N_z$$

となり、この式をオイラーの剛体方程式と呼ぶ。

第3章 分析

3.1 微分方程式

ボールの重心 G を中心とする運動座標系に対して、

$$\frac{dL}{dt} = N', N' = \sum (r_j - r_G) \times f_j$$

が成り立つ。今回、 $I_x = I_y = I_z = 0.033$ となり、慣性テンソルを定数として扱う。

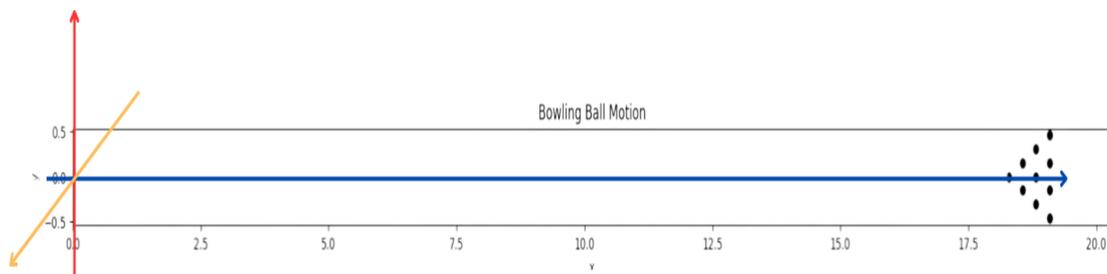
よって、

$$N' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -R \end{pmatrix} \times F_S$$

が成り立つ。

3.2 条件設定

座標軸を設定する。投球する方向を正とし、1番ピンと5番ピンの中心を通る直線を X 軸、1, 2, 4, 7番ピンがある方向を正とし、1番ピンの中心から負の方向に 18.29m 離れた X 軸上の点を通り、垂直に交わる直線を Y 軸とし、 X 軸、 Y 軸に対し垂直かつ X 軸、 Y 軸の交点を通る直線を Z 軸とし、ピンが立っている方向を正とする。各座標軸の交わる点 O からボールは発射されるものとし、レーンの幅は 1.066m とする。



上の図の青線を X 軸、赤線を Y 軸、黄線を Z 軸である。

3.2 プログラム

Python を使用し、塚原[2]と同様に、初期パラメータは基本的に Normani[4]の数値を入力している。

関数 `compute_friction_forces` で摩擦力の計算を行い、関数 `func` に渡す。摩擦の条件は $\vec{v}_p > 0$ の場合、ボールは滑り、そうでない場合、転がるとした。関数 `func` では加速度、角運動量ベクトル、角加速度を計算していく。

```

1  import math
2  import numpy as np
3  from scipy.integrate import odeint # 常微分方程式をとくライブラリ
4  import matplotlib.pyplot as plt
5
6  # 初期パラメータ
7  g = 9.81 # 重力加速度[m/s^2]
8  u_k = 0.12 # 動摩擦係数
9  u_s = 0.2 # 静止摩擦係数
10 R = 0.1085 # ボールの半径[m]
11 m = 7 # 質量[kg]
12 v0 = 8 # 初速[m/s]
13  $\theta$  = 0 # 投球角度
14
15 # 角速度ベクトル
16 wx = -7.76
17 wy = 28.98
18 wz = 0.0
19
20 # 回転軸に対する物体の抵抗を表す慣性乗積（主慣性モーメント）
21 Ix = 0.033
22 Iy = 0.033
23 Iz = 0.033
24
25 import math
26
27 # ボールの摩擦力を計算し、滑る場合と転がる場合を分ける
28 def compute_friction_forces(X,  $\mu_k$ ,  $\mu_s$ , g, R, m):
29     vx, vy,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  = X[2], X[3], X[4], X[5]
30
31     # 滑っているか転がっているかの判定
32     slip_x = vx - R *  $\omega_y$  # x方向の滑り
33     slip_y = vy + R *  $\omega_x$  # y方向の滑り
34     slip_magnitude = math.sqrt(slip_x**2 + slip_y**2) # 滑りの大きさ
35
36     if slip_magnitude > 1e-5: # 滑っている場合（動摩擦）
37         friction = np.array([

```

```

38         -μ_k * g * (slip_x / slip_magnitude),
39         -μ_k * g * (slip_y / slip_magnitude),
40         0
41     ])
42     else: # 転がっている場合 (静止摩擦)
43         friction = np.array([
44             -μ_s * g * slip_x,
45             -μ_s * g * slip_y,
46             0
47         ])
48
49     return friction
50
51 # ボウリングのボールの運動を記述する微分方程式
52 def func(X, t, μ_k, μ_s, g, R, m, Ix, Iy, Iz):
53     # 現在の状態変数を取得
54     x, y, vx, vy, ωx, ωy, ωz = X[:7]
55
56     # 摩擦力の計算
57     friction = compute_friction_forces(X, μ_k, μ_s, g, R, m)
58
59     # 角運動量ベクトルの計算
60     L = np.array([Ix * ωx, Iy * ωy, Iz * ωz])
61
62     # 剛体の回転運動における角加速度の計算
63     dL_dt = np.cross(L, np.array([ωx, ωy, ωz])) + np.array([-R * friction[1], R *
64 friction[0], 0])
65     dω_dt = np.array([dL_dt[0] / Ix, dL_dt[1] / Iy, dL_dt[2] / Iz])
66
67     # 慣性主軸ベクトルの取得
68     i = np.array([X[7], X[8], X[9]])
69     j = np.array([X[10], X[11], X[12]])
70     k = np.array([X[13], X[14], X[15]])
71
72     # 慣性主軸の更新 (角速度ベクトルとの外積)
73     di_dt = np.cross(np.array([ωx, ωy, ωz]), i)
74     dj_dt = np.cross(np.array([ωx, ωy, ωz]), j)

```

```

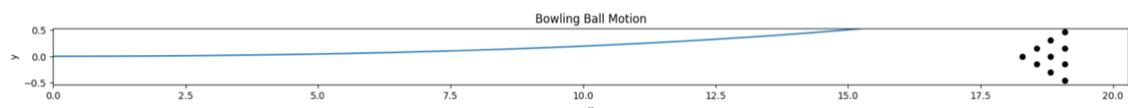
75     dk_dt = np.cross(np.array([\omega x, \omega y, \omega z]), k)
76
77     # 速度の更新
78     dv_dt = friction[:2]
79
80     return [vx, vy, dv_dt[0], dv_dt[1], d\omega_dt[0], d\omega_dt[1], d\omega_dt[2],
81             di_dt[0], di_dt[1], di_dt[2], dj_dt[0], dj_dt[1], dj_dt[2],
82             dk_dt[0], dk_dt[1], dk_dt[2]]
83
84
85     X0 = [0, 0, v0*math.cos(math.radians(\theta)), v0*math.sin(math.radians(\theta)), wx, wy, wz, 1, 0,
86           0, 0, 1, 0, 0, 0, 1] # ボールの初期値
87     # X = [x, y, v*cos \theta, v*sin \theta, wx, wy, wz, ]
88     t = np.arange(0, 10, 0.01) # t の範囲を設定
89
90     X = odeint(func, X0, t, args=(u_k, u_s, g, R, m, Ix, Iy, Iz))
91
92     # ボウリングピンを配置
93     def plot_bowling_pins():
94         pin_coordinates = np.array([
95             [18.29, 0],
96             [18.554, 0.1524],
97             [18.554, -0.1524],
98             [18.818, 0.3048],
99             [18.818, -0.3048],
100            [18.818, 0],
101            [19.082, 0.1524],
102            [19.082, -0.1524],
103            [19.082, 0.4572],
104            [19.082, -0.4572],
105        ])
106
107     plt.figure(figsize=(20.29, 1.066))
108     plt.scatter(pin_coordinates[:, 0], pin_coordinates[:, 1], marker='o', color='black', s=30)
109
110     plot_bowling_pins()
111

```

```
112 # x, y を描写
113 plt.plot(X[:, 0], X[:, 1])
114
115 plt.xlim(0, 20.29)
116 plt.ylim(-0.533, 0.533)
117 plt.xlabel('x', fontsize=10)
118 plt.ylabel('y', fontsize=10)
119
120 plt.title('Bowling Ball Motion')
121 plt.show()
```

第4章 結論

4.1 結論



プログラムの実行結果が上記の図である。

本研究では、ボウリングボールの運動を剛体の運動方程式に基づいて解析し、数値シミュレーションを行った。塚原[2]、片倉[3]のレポートに触発され、本研究に取り組むことを決意し、最後までやり遂げる覚悟で進めてきた。しかし、結果として十分な完成度には至らず、悔しさが残る。プログラム面でも数学的な解析の面でも課題が多く、不十分さが浮き彫りとなった。自分の無力を痛感するとともに、今後さらなる学びと改良が必要であることを強く感じている。

4.2 今後の課題

本研究では、ボウリングボールの運動を理想化した条件で解析したが、より現実的なモデルを構築するためには、以下の点を考慮する必要がある。

1. 空気抵抗の影響の考慮

本研究では、空気抵抗を無視したが、高速回転するボウリングボールでは微小ながらも影響がある可能性がある。今後の研究では、空気抵抗を考慮したモデルを導入し、より精度の高いシミュレーションを行う。

2. レーンコンディションの変化

レーンのオイルパターンや摩擦係数の変動がボールの軌跡に与える影響を解析することで、実際のボウリング環境をより詳細に再現できる。特に、オイルが摩擦力に及ぼす影響を数値的に評価することが求められる。

参考文献

[1] 馬場 敬之, スバラシク実力がつくと評判の力学キャンパス・ゼミー大学の物理がこんなに分かる!単位なんて楽に取れる!,マセマ出版社 (2020 年).

[2] 塚原彰悟, ボウリングの数理, 2023 年度卒業研究レポート (2024/2/29),
<http://nalab.mind.meiji.ac.jp/2022/2023-tsukahara.pdf>

[3] 片倉 孝規, ボウリングの数理モデル, 2016 年度桂田研卒業研究レポート (2017/2/10),
<http://nalab.mind.meiji.ac.jp/2015/report/2016-katakura.pdf>

[4] Franco Normani, The physics of Bowling,
<http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-bowling.html>