

2022年度 卒業論文

# シミュレーションによる野球ボールの動きの研究

桂田研究室

2022年2月28日

明治大学総合数理学部現象数理学科

学籍番号:2610180032

黒島 悠樹

# 目次

## 第1章 野球ボールに影響を及ぼす要因

1.1	重力	4
1.2	抗力	5
1.2.1	抗力係数	6
1.2.2	抗力係数の計算	6
1.3	揚力	9
1.4	ボール放出時の各パラメータ	11
1.4.1	気圧(空気密度)	11
1.4.2	回転数	11
1.4.3	回転軸	12
1.4.4	球速	13
1.4.5	投射角度	13

## 第2章 目的と手法

2.1	研究背景	14
2.2	手法	14
2.2.1	プログラム導入	16

## 第3章 検証と考察

3.1	検証結果	19
3.1.1	空気密度	19
3.1.2	回転数	21
3.1.3	回転軸	23
3.1.4	球速	24
3.1.5	投射角度	26
3.2	結果の比較	28
3.3	考察	28

## 第4章 まとめ

謝辞

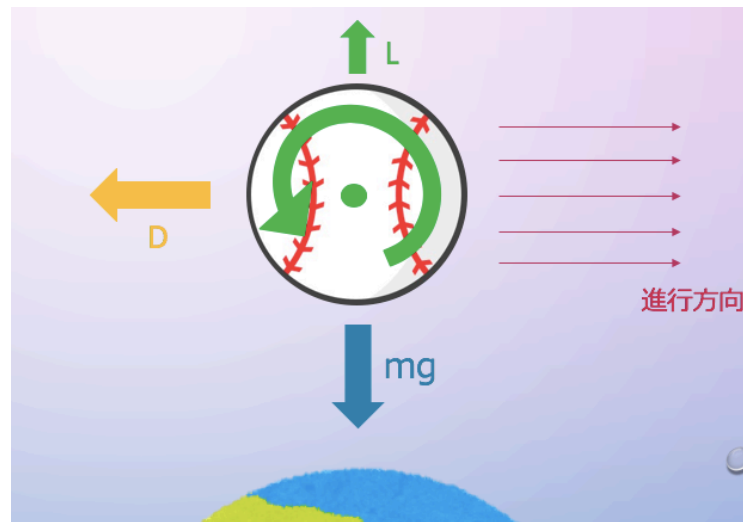
参考文献

# 第 1 章

## 野球ボールに影響を及ぼす要因

野球ボールの運動を三次元でシミュレーションを行うため、これから紹介する力を全て三次元ベクトルで明記する。また、力の大きさは別途で記述をする。

野球ボールに加わる力は図 1 にある、(青)重力 $mg$ 、(黄色)抗力 $\vec{D}$ 、(緑)揚力 $\vec{L}$ の 3 つがある。進行方向と回転の方向によって向きはそれぞれ違う。これら合力によってボールの進行方向が変わっていくので、それぞれの力の与え方で全く別の軌道を描くことになる。ここで、風は考慮しないことにし、また野球ボール特有の縫い目だが、平均をとったデータでカバーするとして 4 シーム(ストレート)と 2 シームの縫い目の扱いは同じものとする。野球ボールの質量  $m = 0.148(\text{kg})$  で野球ボールの半径  $r = 0.037(\text{m})$  で計算をしていく。この値は通常の硬式球から計測したもの。



(図 1)

### 1.1 重力

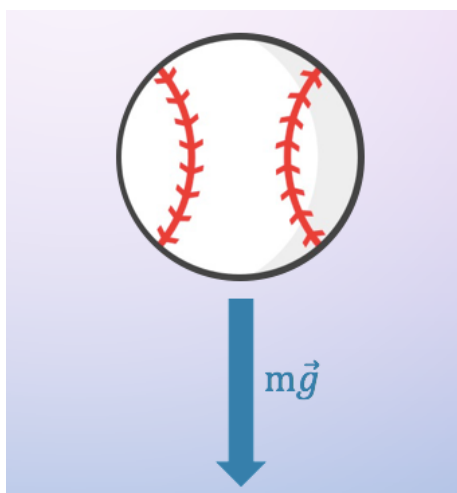
重力  $mg$  とは地球上の全ての物に関して、運動を考えるためには必要な力である。重力の大きさは質量に比例し、向きは鉛直下向きである。ここでは、鉛直上向きに  $z$  軸を取るため、重力は  $(0,0,-1)$  の向きとなる

重力加速度:  $g = 9.80\text{m/s}^2$

$$\mathbf{m\vec{g}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

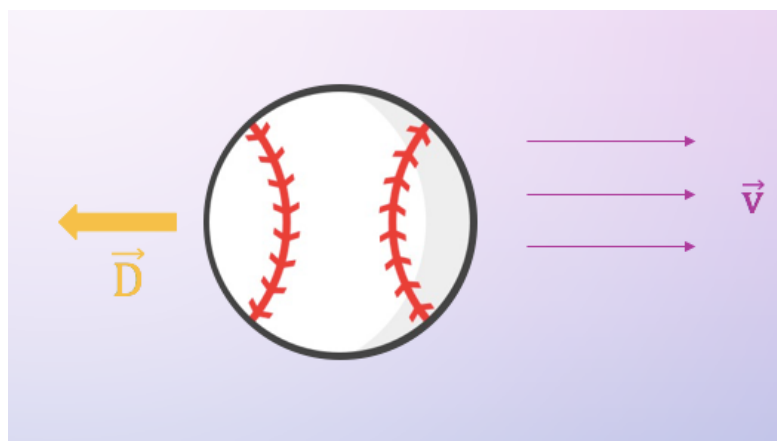
(1)

ボールの進行方向がどんな角度であったとしても、z成分の負の方向に重力が働くのでこの値になる。



(図 2)

## 1.2 抗力



(図 3)

抗力  $D$  (Drag Force) とは空気抵抗と同じもので、空気中を運動する物体が空気から受ける力のうち、進行方向と逆向きの成分の力のことをいう(図 3)。動いているボールに働く抗力は、ボールの断面積  $S$  ( $\text{m}^2$ )、空気の密度  $\rho$  ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )、球速の二乗に比例する。比例定数を抗力係数と呼び、 $C_d$  で表す。 $S = \pi r^2$  であり、 $C_d$  は無次元量である。このことから次の式が得られる。

ボールの速度  $\vec{v}$   
ボールの速さ  $v$

$$D = \frac{1}{2} C_d \rho S v^2$$

この式をベクトルで表すと、

$$\vec{D} = -\frac{1}{2} C_d \rho S \vec{v} |\vec{v}|$$

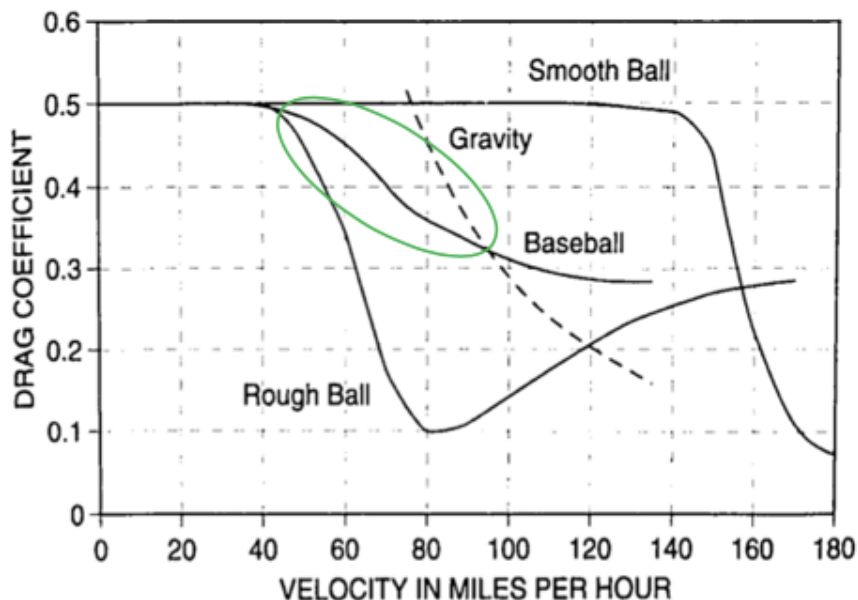
(2)

となる。

抗力は進行方向に対して逆向きに働くため、速度ベクトル  $\vec{v}$  を  $|\vec{v}|$  倍したものにマイナスが付き、この式が導出される。空気の密度が高いとボールの断面に当たる空気の粒子の数が増えるし、断面積が大きくなると同様にボールの断面に当たる粒子の数も増える。よってこの式は妥当である。回転によって抗力が変わると思われがちだが、回転は抗力には一切関係はない。 $C_d$  について速さ  $v$  に依存しているので、次に説明をする。

## 1.2.1 抗力係数

抗力係数 $C_d$ は[1]の図を採用させていただいた。[1]で抗力係数は速度に依存する関係であり、ボールの表面の状態によって速度と抗力係数の関係は違うことがデータから分かっている。ツルツルとしたボール(Smooth Ball)、一様にデコボコしたボール(Rough Ball)、野球ボール(Baseball)の比較である(図 4)。今回扱うのが野球ボールなので、楕円で囲んであるところのグラフを使用する。横軸の VELOCITY IN MILES PER HOUR(速度)はアメリカ式のマイル(1 マイル=1.61km)で表されているので、今回は現実的な値である 50 マイル/h~100 マイル/h(80km/h~160km/h)で速度による抗力係数の関係式を導いていく。



(図 4)

## 1.2.2 抗力係数の計算

抗力係数を図 4 から読み取った値が次の表である。速度と抗力係数のデータが載っていないため手動でデータを抽出した。まず(図 4)のグラフの縦軸の抵抗係数 0~0.3 の長さを測り、次に 50 マイル/h から 5 マイル/h 毎にグラフまでの高さを計測した。計測した値を Excel に打ち込み、比を使ってそれぞれ抵抗係数を出した。その過程と結果をまとめた表が(図 5)である。長さの抽出以外は Excel に計算をさせた。

抵抗係数	長さ(cm)	速度(マイル/h)	長さ(cm)	抗力係数	速度(km/h)
0.3	6.23	50	10.12	0.48731942	80
		55	9.83	0.47335474	88
		60	9.43	0.4540931	96
		65	9	0.43338684	104
		70	8.39	0.40401284	112
		75	7.82	0.37656501	120
		80	7.44	0.35826645	128
		85	7.2	0.34670947	136
		90	7	0.33707865	144
		95	6.76	0.32552167	152
		100	6.56	0.31589085	160

(図 5)

このデータをもとにして、抗力係数と速度の関係式を Mathematica によって三次関数で近似する。

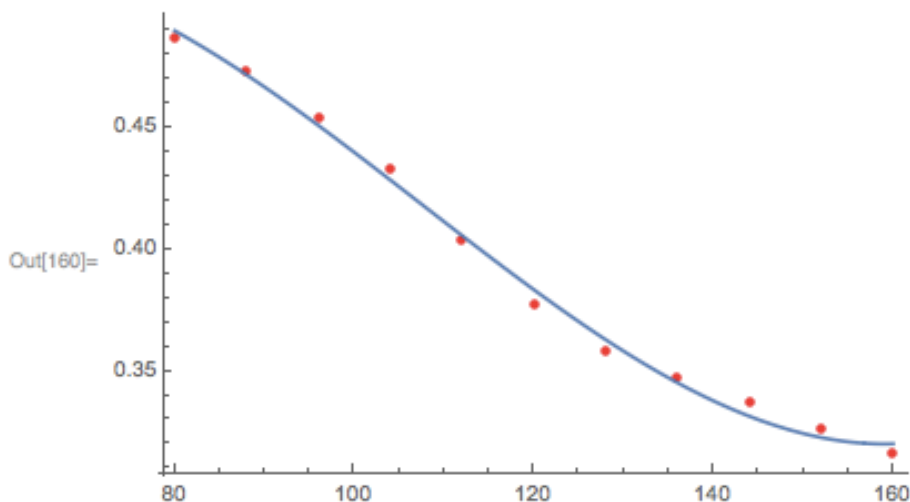
```
In[157]:= vd := {{80, 0.487}, {88, 0.473}, {96, 0.454}, {104, 0.433},  
               {112, 0.404}, {120, 0.377}, {128, 0.358}, {136, 0.347},  
               {144, 0.337}, {152, 0.326}, {160, 0.316}}
```

```
In[158]:= P = ListPlot[vd, PlotStyle -> RGBColor[1, 0, 0]]  
          [リストプロット [プロットス… [RGBカラー
```

```
In[159]:= vd3 = Fit[vd, {1, x, x^2, x^3}, x]  
          [フィット
```

```
Out[159]= 0.279459 + 0.00960723 x - 0.000116004 x^2 + 3.59666 x 10^-7 x^3
```

```
In[160]:= Show[ListPlot[vd, PlotStyle -> Red], Plot[{vd3}, {x, 80, 160}]]  
          [示す [リストプロット [プロットス… [赤 [プロット
```



速さ  $v$ (m/s)に対する抵抗係数 $C_d$ について

$$C_d(v) = 0.279459 + 0.0026687v - 0.000008951v^2 + 7.709075 \times 10^{-9}v^3$$

が得られる。

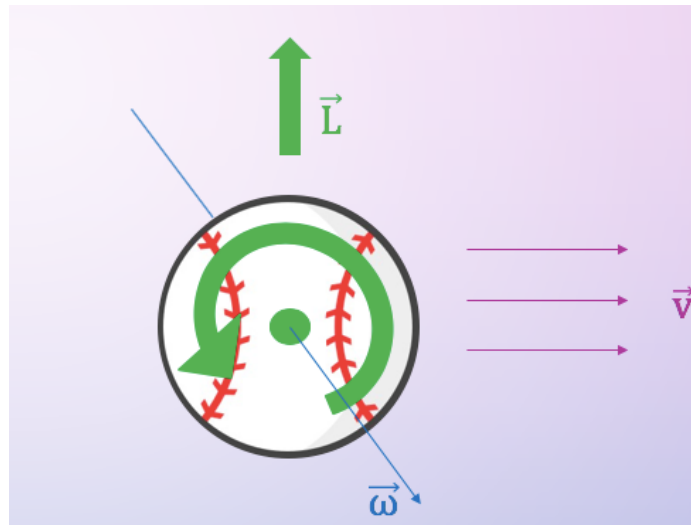
マセマティカで近似した値			
$0.279459 + 0.00960723x - 0.000116004x^2 + 0.00000036x^3$		速度x	抵抗係数y
0.4899318		80	0.487
0.471890184		88	0.473
0.451165176		96	0.454
0.428862696		104	0.433
0.406088664		112	0.404
0.383949		120	0.377
0.363549624		128	0.358
0.345996456		136	0.347
0.332395416		144	0.337
0.323852424		152	0.326
0.3214734		160	0.316

(図 6)

確認のため元の値と照らし合わせると、近似できていることが分かる(図 6)。

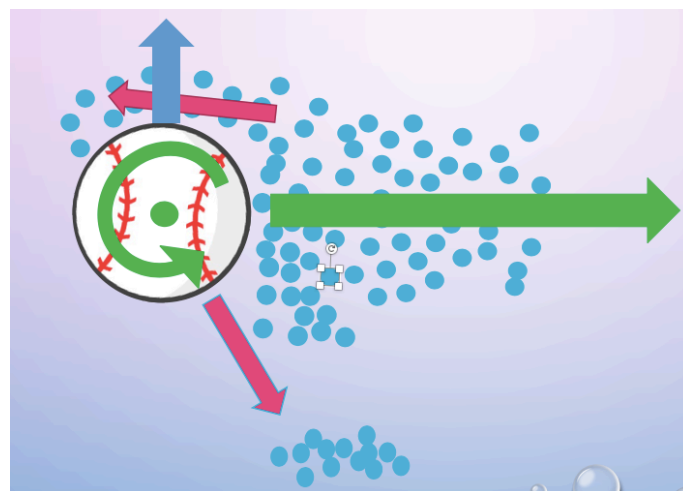


### 1.3 揚力



(図 7)

揚力とは、流体中を運動する物体が流体から受ける力のうち、進行方向の垂直成分の力のことを言う。ただ、回転しているボールについて揚力はマグナス効果と呼ばれるものにより、角速度ベクトル $\vec{\omega}$ と速度ベクトル $\vec{v}$ の外積 $\vec{\omega} \times \vec{v}$ の方向に働く。この章の内容の多くは、アデア[1]による。角速度ベクトルとは、回転軸の方向で、右ねじを回した時にネジが進む向きがベクトルの方向である。つまり、バック回転(ストレート)の角速度ベクトルは投手から見て右向き方向である。揚力は空気抵抗の不均衡によるものであり、回転数とボール表面の状態、ボールの速度で揚力の働く大きさが変わる[1]。下の図(図 8)が揚力の簡単な図解になっているが、ボールが空気の粒子と衝突を繰り返しながら動いていき、空気抵抗を生んでいる。そこに回転が加わると回転の下の方と、上の方の空気の粒子との衝突の仕方が違うことがわかる。この衝突の作用・反作用の法則によって、ボールは回転に依存して進行方向とは違う方向に進んでいく。この力が変化球を生んでいる。



(図 8)

揚力の式はロバート・アデアのベースボールの物理学[1]から取ったもので、

$$L = 2kv^2\omega$$

この式をベクトルに直すと、

$$\vec{L} = 2C_d k \omega |\vec{v}|^2 \frac{\vec{\omega} \times \vec{v}}{|\vec{\omega} \times \vec{v}|} \quad (3)$$

となる。

アデアさんの本では、抗力係数のグラフから分かるように速度  $v$  はマイル/h で表されていた。よってマイルを  $\text{km}$  に直すため、係数が付いている。ベクトルの向きが角速度ベクトルと速度ベクトルの外積で決まるので、正規化をしている。 $k$  はボールの粗さでアデアさんの本では  $K = 2.0 \times 10^{-6}$  と記載されている。ワッツとフェラーの研究から、野球ボールは複雑な形をしていて縫い目の位置によって  $k$  の値が変わるので、平均の値が記載されているので、 $K = 2.0 \times 10^{-6}$  を採用することにした。 $f$  はボールの回転数(回転/分)である。

## 1.4 ボール放出時の各パラメータ

投手からボールが投げ出されるとき、様々な環境や力の加え方の違いでボールの軌道は変わっていく。ここで紹介するのはボール放出時の環境、状態の例である。この例の値をもとに野球ボールの軌道を研究していく。

### 1.4.1 気圧(空気密度)

気圧		P(hPa)	t(C°)	$\rho=P/\{R(t+273.15)\}$	R(気体定数) 2.87
		気圧	温度	空気密度	
0	通常	1014	0	1.293465512	
1	エベレスト	337	-33	0.488951084	
2	雨(4日)	999	21	1.183354152	
3	晴れ(10日)	1016	27	1.179433512	
2021年6月の東京の雨の日と晴れの日のデータから					

(図9)

標高が高くなると私たちに乗っかる空気の量は少なくなるため、標高が高くなればなるほど気圧は下がっていく。場面によって数値を変えて検証する。季節や天気によっても気圧は変わってくる。雨の日は低気圧、晴れの日は高気圧になることが多い。気圧によって野球ボールの軌道に変化は見られるのか、調べていく。気圧が変わると抗力と揚力のどこに反映されるかという、抗力 1.2 の空気の密度と呼ばれるところに反映

される。空気の密度は  $\rho = \frac{P}{R(t+273.15)}$  で与えられる。R=2.87(気体定数 J/kg・K)、t(温度 C°)、P(気圧 hPa)。

雨の日と晴れの日は 2021 年 6 月の東京のデータから取ったものである[2]。通常、エベレスト、雨、晴れの 4 つの要素で軌道がどう変わっていくか調べる。

### 1.4.2 回転数

回転数		rpm	
		回転数	
0	小・中学生	1194	
1	大学生	1890	
2	プロ	2200	
3	藤川球児	2700	ストレート
	山岡泰輔	3000	カーブ

(図10)

回転数は揚力 1.3 に大きく影響する要素である。回転数が多くなればなるほど変化する量も大きくなると予想できる。それは変化球とストレート(直球)で変化の差は同じなのだろうか。大きく違いが反映されるように、小・中学生(1194 回転/m)、大学生(1890 回転/m)、プロ野球選手(2200 回転/m)、藤川球児投手(2700 回転/m)、

山岡泰輔投手(3000回転/m)を要素とした[3][4][5][6]。藤川球児投手は火の玉ストレートで有名な直球を、山岡泰輔投手は落差のすごいカーブをそれぞれ再現し、より回転数がもたらす影響を分かりやすくしている。

### 1.4.3 回転軸

回転軸		ストレート	カーブ
0	回転の軸を1度ずつ傾けていく	0,-1,0	0,sin45,cos45
1		sin1°,-sin89°,0	0,sin46,cos46
2		sin2°,-sin88°,0	0,sin47,cos47
3		sin3°,-sin87°,0	0,sin48,cos48
4		sin4°,-sin86°,0	0,sin49,cos49
5		sin5°,-sin85°,0	0,sin50,cos50
6		sin6°,-sin84°,0	0,sin51,cos51
7		sin7°,-sin83°,0	0,sin52,cos52
8		sin8°,-sin82°,0	0,sin53,cos53
9		sin9°,-sin81°,0	0,sin54,cos54
10		sin10°,-sin80°,0	0,sin55,cos55

(図 11)

回転軸とは、1.3 揚力で紹介した角速度ベクトルの方向である。単純に理想化したストレートの角速度ベクトルは(0,-1,0)で真横が回転軸の方向となっているが、実際の投手の回転軸の向きを見ると真横にはなっていない。少し傾いていたり、ジャイロ回転に近いものになっていたり、色々な回転のボールがある。回転軸の向きが大きくずれるとカーブとは別のボールになってしまうので、1°ずつ傾け、回転軸の向きが真ストレート、真カーブよりもずれるとどのくらい軌道に違いが生まれるのか、検証していこうと思う。

### 1.4.4 球速

球速		km/h	km/h
		球速(ストレート)	球速(カーブ)
0	小学生	100	80
1	高校生	125	100
2	大学生	145	120
3	プロ	150	130
4	オオタニさん	160	145

(図 12)

球速はボールの速さのことであり、通常野球の試合では km/時 で表される。球速が上がると変化量は大きくなるのか、それとも到達時間が早まる関係で変化量は減少するのか、どちらとも考えられるだろう。なぜなら、速度は抗力と揚力のどちらにも作用するからである。球速は小学生、高校生、大学生、プロ野球選手、オオタニさん(大谷翔平選手)の 5 段階で違いを調べていく。160km/時以上の球も組み入れようと思ったが、現実的ではないので、研究には使わないことにする。

## 1.4.5 投射角度

投射角度を変えるのでリリース位置から放たれるボールの速度の方向を変える。この実験では、5 度ずつ上の角度に上げていき、ボールの軌道がどうなるか調べる。プロ野球選手の投球を見て見ると、変化球は水平よりもやや上に放っていることが目でわかる。上に放った方が変化量は増すのか検証していく。投射角度は速度ベクトルで、 $(145, 0, 0)$  と入力しているものを、5 度上であれば  $(145\cos\frac{5\pi}{180}, 145\sin\frac{5\pi}{180}, 0)$  と入力すればできる。

# 第 2 章

## 目的と手段

### 2.1 研究背景

著者は野球を大学まで続けていた経験から、野球というスポーツの真相を追究することをやりたいと思っていた。大学に入学し、今までやってきた野球とは違う、娯楽の部類になってしまった野球に対して、著者は少し悲しい気持ちになっていた。大学で本格的に野球をやることは、両親に反対をされ、著者自身やるせ

ない気持ちであった。ただ配属された研究室と出会い、野球のボールの研究をしてみないかと提案をされ、この研究をしっかりとやり、野球と関係を持つことで心が浄化することができると確信したため、野球のボールの軌道について研究しようと決めた。著者の経験から野球のボールは回転だけでは軌道の説明はできないと思っている。色々な要素や、環境がボールの軌道を決定すると予測している。著者の少年時代の頃、父親だけではなくたくさんのコーチや監督から野球を教わった。野球経験がある方なら納得していただけるだろうが、人それぞれ教え方や論理が異なっていることに子どもの頃から違和感を抱いていた。ボールの伸びを決めるのは回転である。腕を思いっきり振って水平に速い球を放れ。カーブはこうやって投げる。そのように端的に教える方が多くないでしょうか。なぜ速い球を投げたほうがいいのか。なぜカーブは球速を落としてバック回転を与えたほうがいいのか。論理的に教えてくれる方がいなかったので疑問しか生まれない。わがままな少年時代であったことは十分承知しているが、著者自身論理的になぜこう曲がるのか教えてくれる人が一人でも多くこの世に存在すれば、もっと野球界のレベルを上げることができると思っている。この研究を通して野球というスポーツを論理的かつ数理的に教えられるように、分かりやすく結果をまとめていこうと思う。またこの研究を通して野球の魅力や興味を沸かせられたらとも思っている。

## 2.2 手法

この研究で扱うのは、C++という言語を使ってプログラムを書き、シミュレーションを行っていく。運動方程式  $m\vec{a} = \vec{F}$  から重力  $mg$ 、抗力  $D$ 、揚力  $L$  を使って微分方程式を立てると、

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= m\vec{g} + \vec{D} + \vec{L} \\ \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} &= \frac{\vec{L}}{m} + \frac{\vec{D}}{m} + \vec{g} \end{aligned}$$

この式に(1)(2)(3)を代入してまとめると、

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = -\frac{C_d\rho S|\vec{v}|\vec{v}}{2m} + 1.44\frac{C_d k\omega|\vec{v}|(\vec{\omega} \times \vec{v})}{m|\vec{\omega} \times \vec{v}|} + \vec{g}$$

となる。この微分方程式をプログラムに導入して軌道を見ていく。

しかし、この微分方程式をシミュレーションに使うためには二階微分方程式を扱うことはできないので、一

階微分方程式に直さなければならない。そこで  $\vec{X} = \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \frac{d\vec{x}}{dt} \end{pmatrix}$  (ここで  $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ) と置き、 $\vec{X}$  の 6 つの成分をそれ

ぞれ  $x_1, x_2, \dots, x_6$  と置いて計算をすると、

$$\frac{\vec{\omega} \times \vec{v}}{|\vec{\omega} \times \vec{v}|} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \text{とおく。}$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -\frac{C_d\rho S|\vec{v}|}{2m}x_4 + \frac{25C_dkf|\vec{v}|}{36m}a_1 \\ -\frac{C_d\rho S|\vec{v}|}{2m}x_5 + \frac{25C_dkf|\vec{v}|}{36m}a_2 \\ -\frac{C_d\rho S|\vec{v}|}{2m}x_6 + \frac{25C_dkf|\vec{v}|}{36m}a_3 - g \end{pmatrix}$$

となる。

プログラムでルンゲクッタ法を使って微分方程式を解くことで、軌道を計算していく。

#### • ルンゲクッタ (Runge-Kutta) 法

$\frac{dy}{dt} = f(t,y)$ 、 $y(t_0) = y_0$  という未知関数  $y$  による初期値問題の近似解を求める計算方法。

時間の刻み幅を  $\tau$  とおくと、

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = \tau f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = \tau f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = \tau f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = \tau f(t_n + \tau, k_3)$$

がルンゲクッタ法の公式である。この操作を繰り返すことにより、任意の時刻  $t_n$  における近似値  $y_n$  が求められる。

## 2.2.1 プログラム導入

下記のプログラムは 2メートルの高さから水平方向に 145km/h の速さで投げ出し、回転軸と回転数はターミナルで打ち込む C++ のプログラムを紹介している。

```

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <Eigen/Dense>
using namespace Eigen;
double pi,m,cd,cl,a,g,p,r,s,c,v,S,ww,wvv,k,q;
VectorXd w(4),wv(3),b(3);
VectorXd f(double t, VectorXd x, VectorXd b, VectorXd w)//一回微分方程式
{
    VectorXd y(6);

    wv(0) =w(1)*x(5)-w(2)*x(4);
    wv(1) =w(2)*x(3)-w(0)*x(5);
    wv(2) =w(0)*x(4)-w(1)*x(3);
    wvv = sqrt(wv(0)*wv(0)+wv(1)*wv(1)+wv(2)*wv(2));
    b(0) =wv(0)/wvv;
    b(1) =wv(1)/wvv;
    b(2) =wv(2)/wvv;

    y(0) = x(3);
    y(1) = x(4);
    y(2) = x(5);
    y(3) = - c * v * x(3) + S * b(0) * v*v;
    y(4) = - c * v * x(4) + S * b(1) * v*v;
    y(5) = - c * v * x(5) + S *b(2) * v*v - g;
    return y;
}
int main(void)
{
    int n, N;
    double tau, Tmax, t,pi;
    VectorXd x(6),k1(6),k2(6),k3(6),k4(6);

    pi = 4 * atan(1.0);
    m = 0.148; //野球ボールの重さ
    g =9.8; //重力加速度
    rho = 1.293; //空気密度
    r = 0.037; //半径
    s =r*r*pi; //断面積
    k =4e-6;

```



```
std::cin >> w(0) >> w(1) >> w(2) >> w(3); //角速度ベクトルと回転数を代入
```

```
ww = sqrt(w(2)*w(2)+w(0)*w(0)+w(1)*w(1)); //角速度ベクトル
```

```
//正規化
```

```
w(0)=w(0)/ww;
```

```
w(1)=w(1)/ww;
```

```
w(2)=w(2)/ww;
```

```
Tmax = 0.6538;
```

```
N = 50000;
```

```
tau = Tmax / N;
```

```
x << 0,0,2.0,145,0,0; //位置と速さの初期値、x1~x3 は位置 x4~x6 は速度
```

```
x(3) = (x(3)*1000)/3600;
```

```
for (n = 0; x(0)<=18.44 ; n++) {
```

```
    v=sqrt(x(3)*x(3)+x(4)*x(4)+x(5)*x(5)); //速度の大きさ
```

```
    cd = 0.279459 + 0.0026687*v - 0.000008951*v*v+ 0.00000077*v*v*v;
```

```
    c = 1.4 * cd * rho * s / m;
```

```
    S = 2* k / m;
```

```
    t = n * tau; //ルンゲクッタ法
```

```
    k1 = tau * f(t, x, b, w);
```

```
    k2 = tau * f(t+tau/2, x+k1/2, b, w);
```

```
    k3 = tau * f(t+tau/2, x+k2/2, b, w);
```

```
    k4 = tau * f(t+tau, x+k3, b, w);
```

```
    x = x + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
```

```
    if (x(2)<0) { //バウンド
```

```
        x(2) = - x(2);
```

```
        x(5) = - x(5);
```

```
    }
```

```
    if(q<x(3)){
```

```
        q=x(3);
    }

    std::cout << x(0) << " " << x(1) << " " << x(2) << " " << x(3) << " " << x(4) << " " << x(5) << std::endl;
}
return 0;
}
```

このプログラムを使って研究を行った。

## 第3章

### 検証と考察

2.2.1 のプログラムを実行させ、gnuplot でプロットする(プログラム名を ball.cpp とし、z-x の図をプロットする)。

プログラムはC++で記述し、

```
c++ ball.cpp
```

```
./a.out>ball.data
```

```
gnuplot
```

```
plot "ball.data" using 1:3 with lines
```

のように描画した。

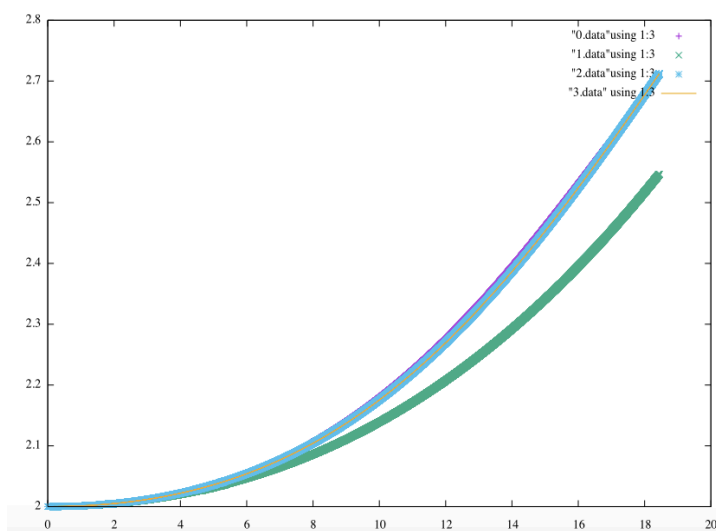
## 3.1 検証結果

指定がない場合は、回転数 2200 回転/m、球速がストレート 130km/h、カーブ 110km/h でシミュレーションを行なっている。三塁側から見た軌道は x、y 軸、キャッチャーから見た軌道は y、z 軸で表示される軌道である。

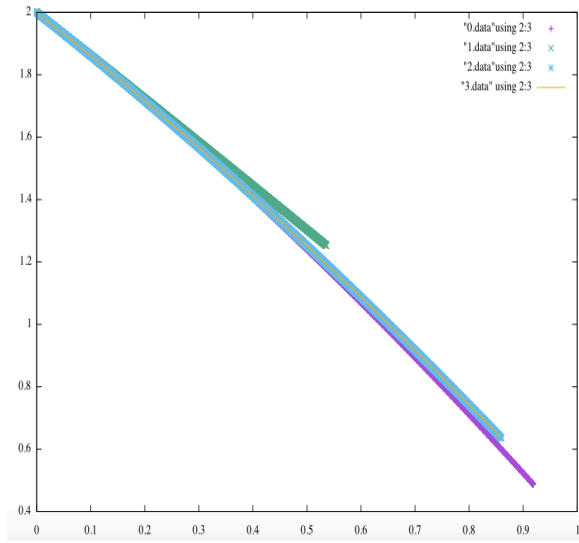
### 3.1.1 空気密度

ストレート(直球)

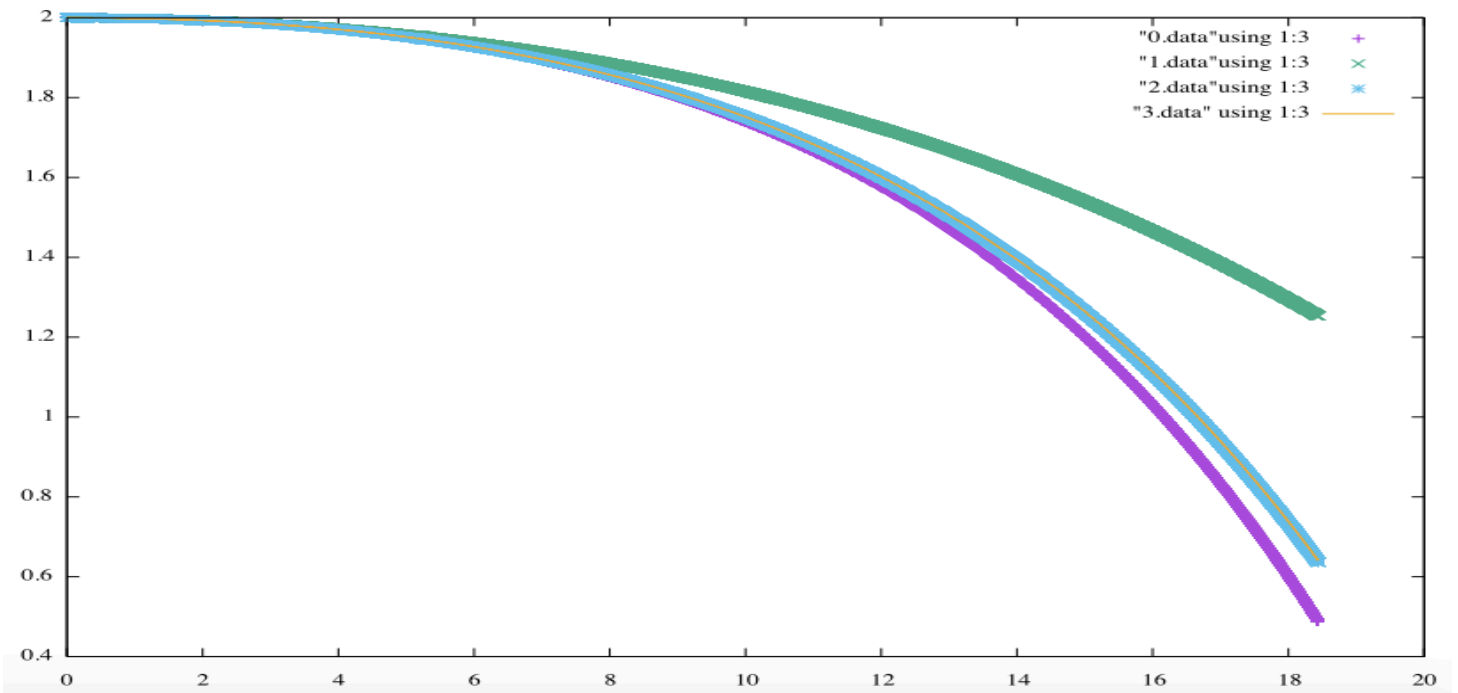
		空気密度
0	通常	1.293
1	エベレスト	0.488
2	雨	1.183
3	晴れ	1.179



# カーブ



キャッチャーから見た軌道

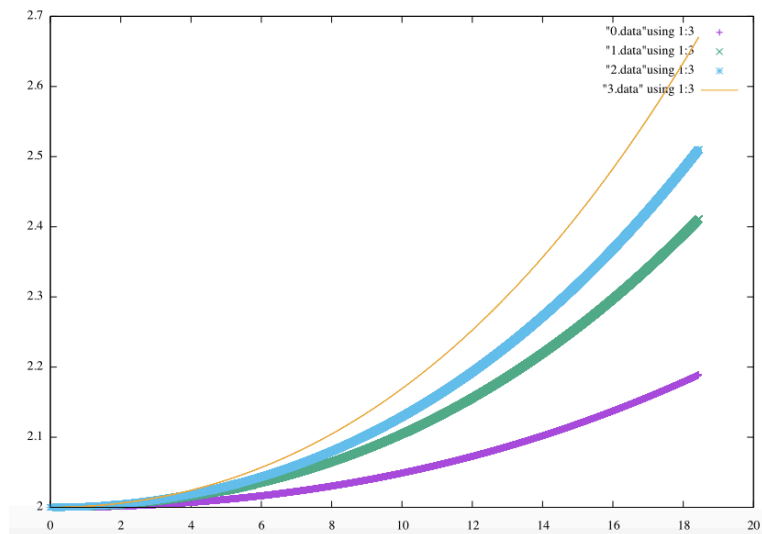


三塁側から見た軌道

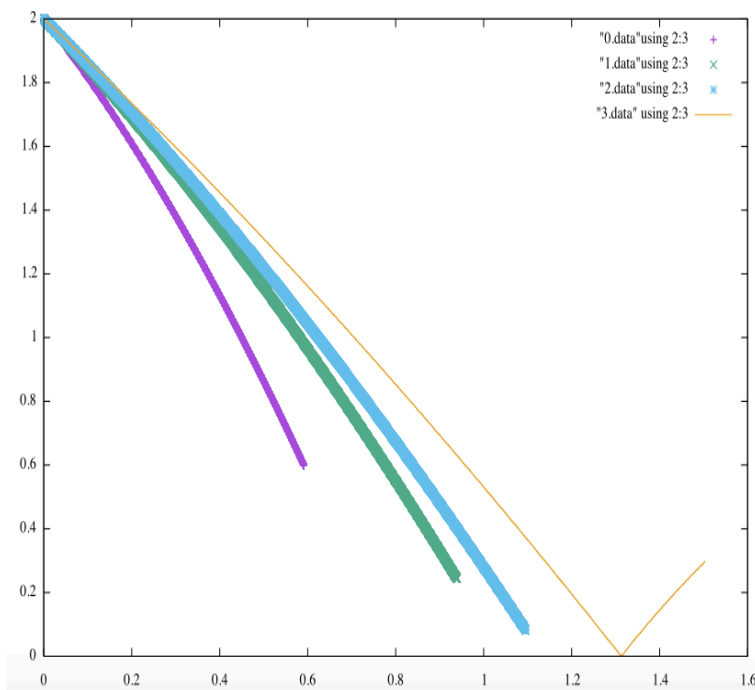
### 3.1.2 回転数

ストレート(直球)

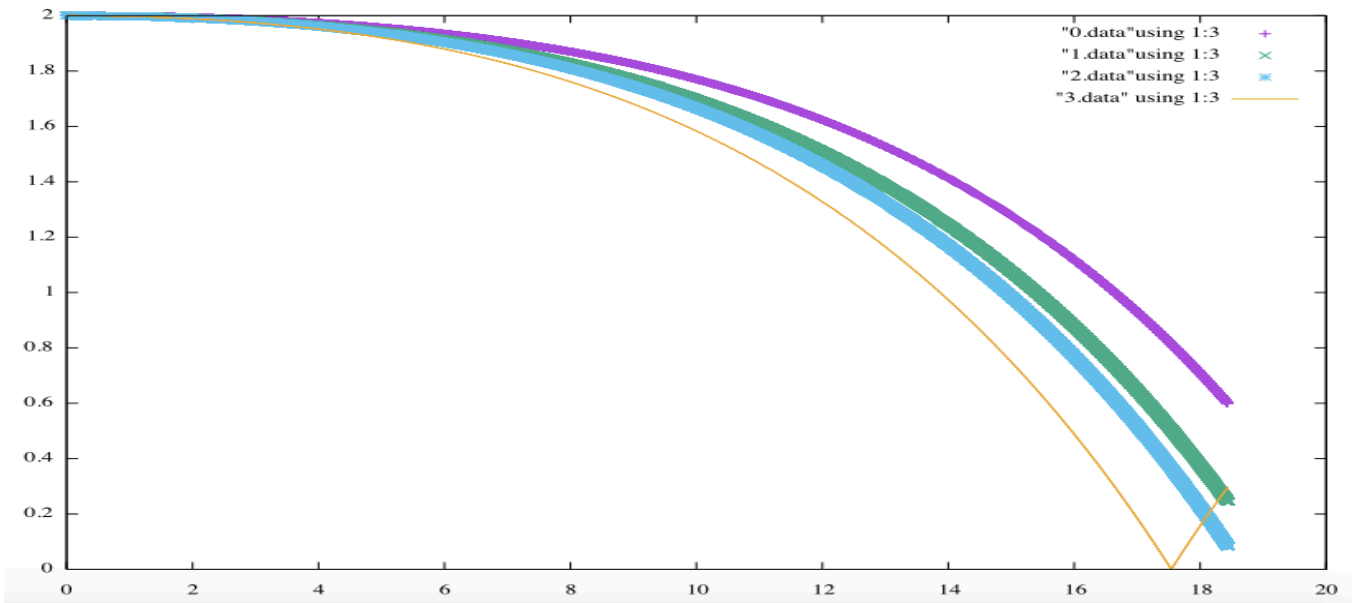
		回転数	
0	小・中学生	1194	
1	大学生	1890	
2	プロ	2200	
3	藤川球児	2700	ストレート
	山岡泰輔	3000	カーブ



カーブ



キャッチャーから見た軌道

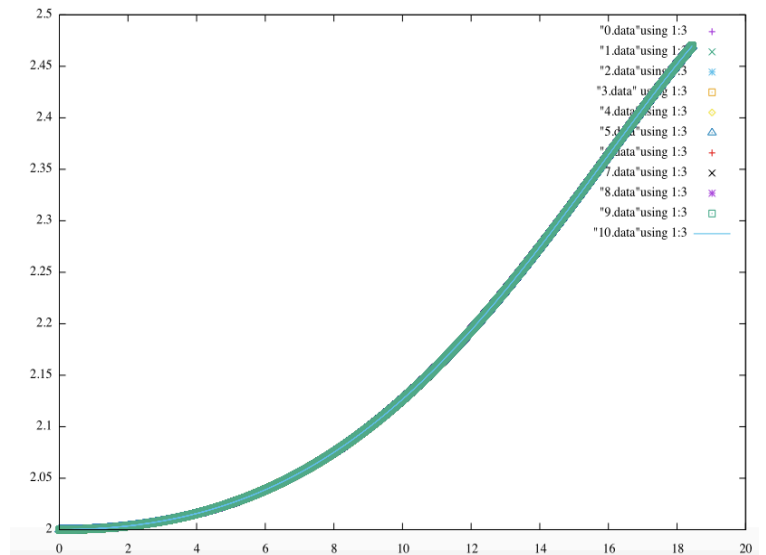


三塁側から見た軌道

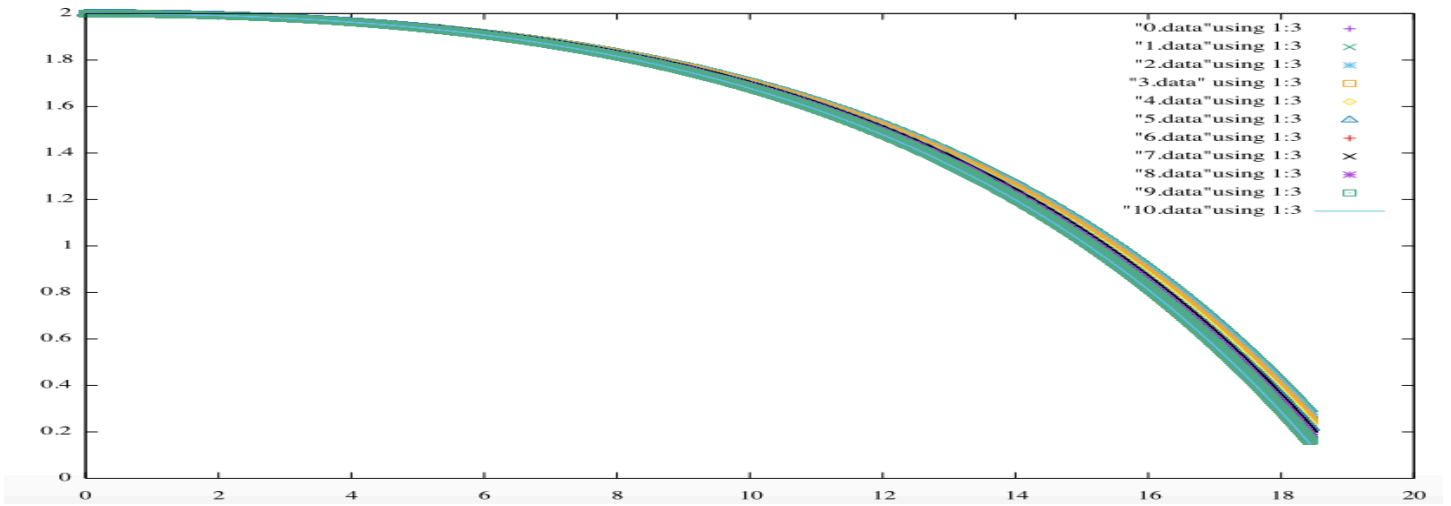
### 3.1.3 回転軸

ストレート(直球)

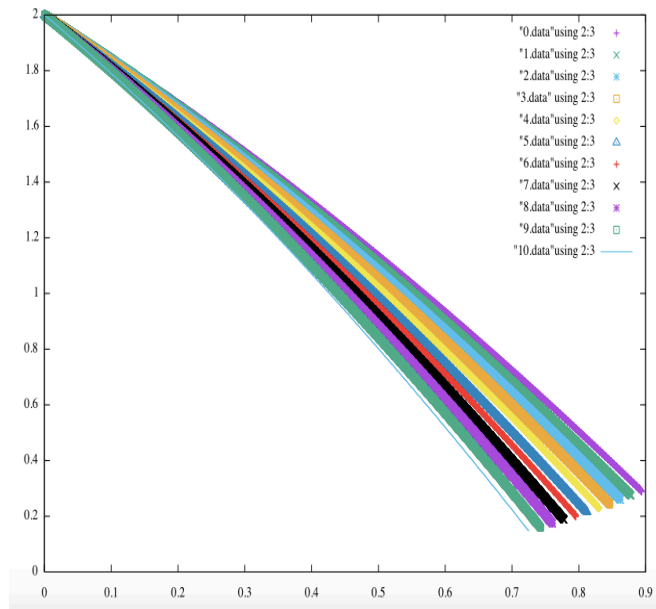
		ストレート	カーブ
0	回転の軸を1 度ずつ傾け ていく	0,-1,0	0,1,1
1		17,-999,0	0,719,694
2		34,-999,0	0,731,682
3		52,-998,0	0,743,669
4		69,-997,0	0,754,656
5		87,-996,0	0,766,642
6		104,-994,0	0,777,629
7		121,-992,0	0,788,615
8		139,-990,0	0,798,601
9		156,-987,0	0,809,587
10		173,-984,0	0,819,573



カーブ



三塁側から見た軌道

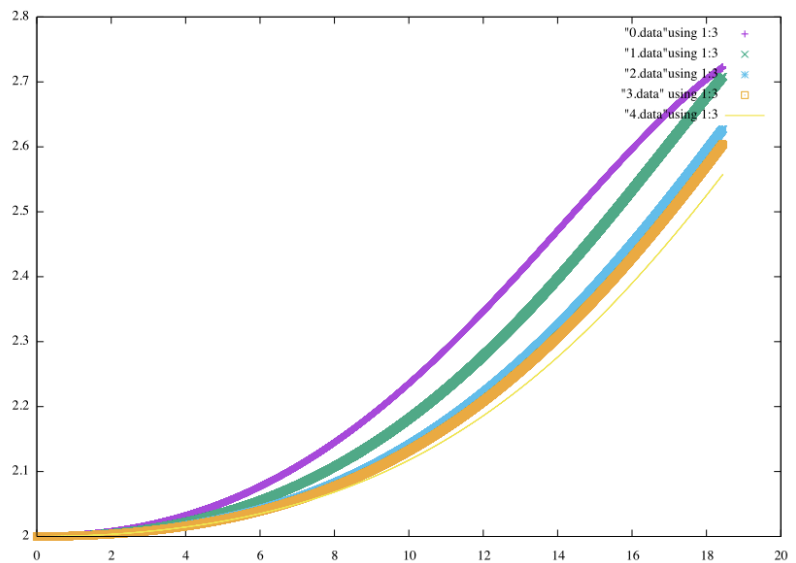


キャッチャーから見た軌道

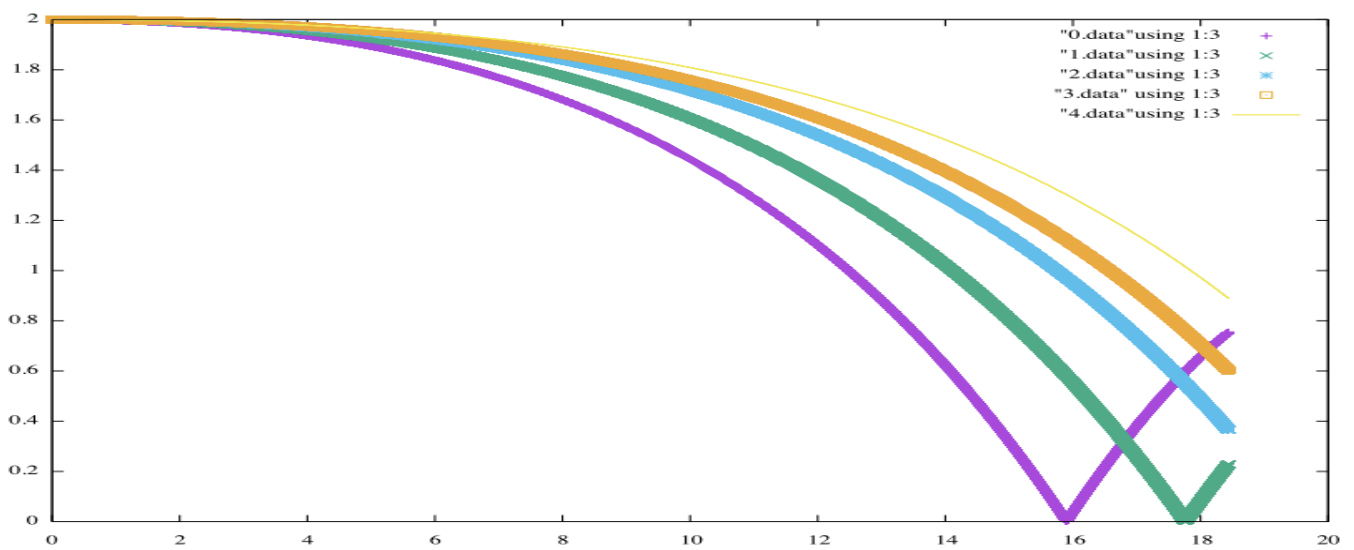
### 3.1.4 球速

#### ストレート(直球)

		球速(ストレート)	球速(カーブ)
0	小学生	100	80
1	高校生	125	100
2	大学生	145	120
3	プロ	150	130
4	オオタニさん	160	145

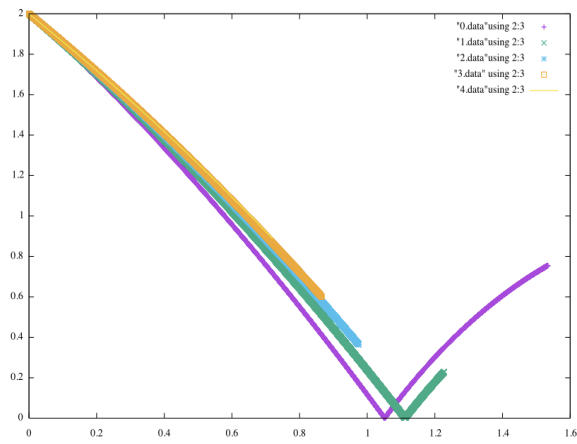


#### カーブ



三塁側から見た軌道



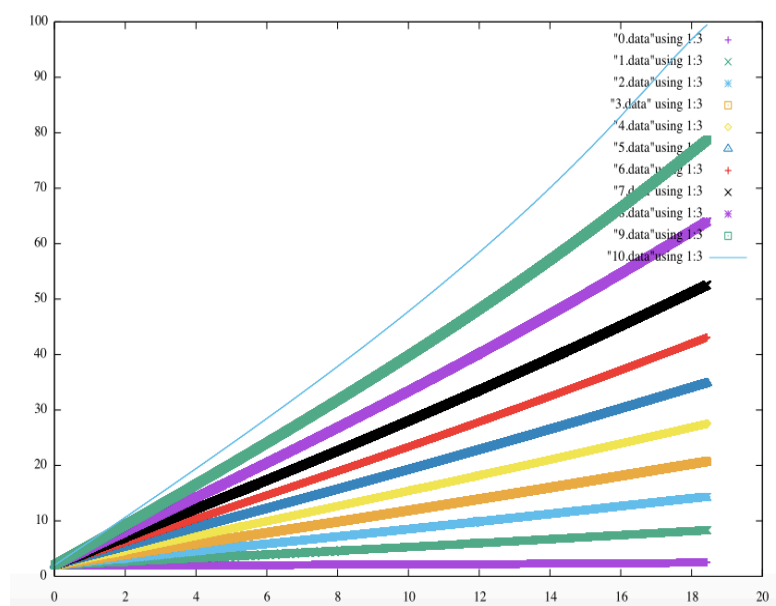


キャッチャーから見た軌道

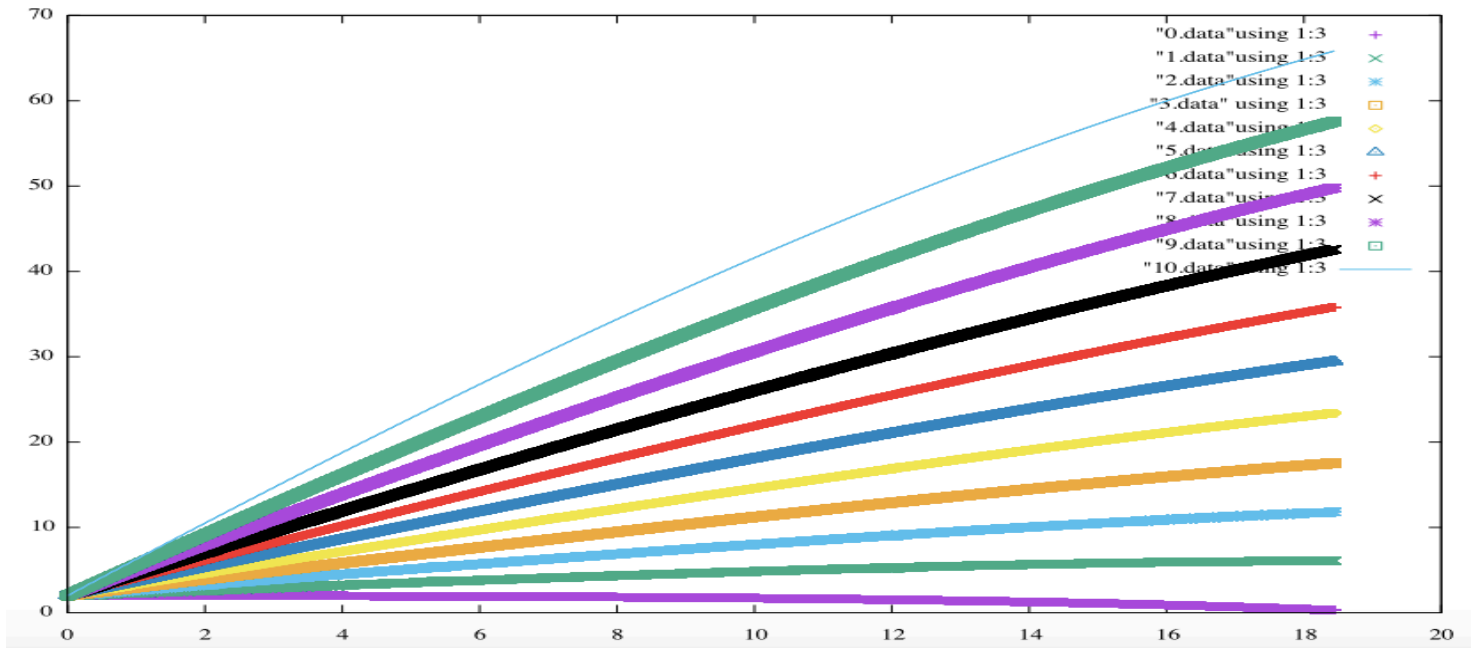
### 3.1.5 投射角度

ストレート(直球)

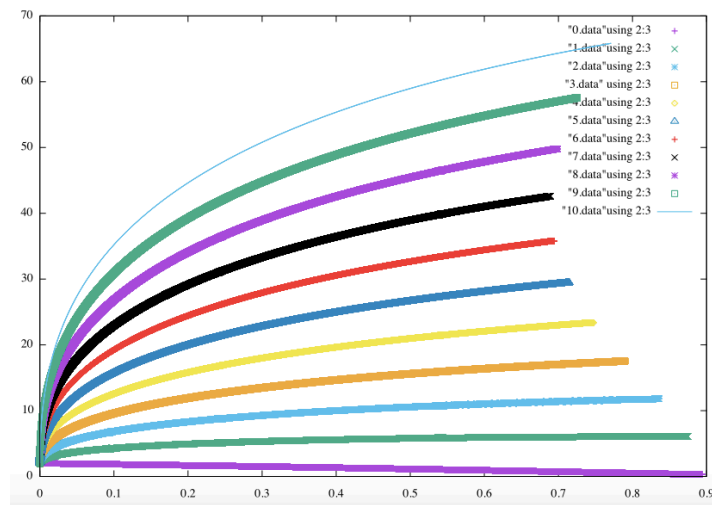
0	投射角度を 5度ずつ上 げていく
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	



# カーブ



三塁側から見た軌道



キャッチャーから見た軌道

## 3.2 結果の比較

気圧は4種類の気圧で検証してみたが、結果はあまり変わらなかった。数値変動はボールを投げるところの気温と気圧のどちらも空気密度に関わっているため、エベレストのような標高が高く気温もかなり低い場所でないとは軌道の変化は見られない。ストレートを見ると、エベレスト以外はほぼ一緒の軌道になっている。カーブも多少ではあるが、通常の場合が少し曲がりが大きくなっていることがわかる。z方向とy方向の変化の違いはあまりみられなかった。

回転数はかなり違いがはっきりとした。回転数の値が大きくなればなるほど、揚力の方向に変化量が大きくなっていることがわかる。ストレートとカーブの軌道を比べると、ストレートの方が高さに差があることがわかる。また、回転数の比と18.44mに達した時の高さの比はほぼ一緒になった。カーブの軌道はy軸方向の力の方に差が生まれている。回転軸が(0,1,1)と入力しているので、回転数が上がるにつれて45°に近似していることが結果からわかる。

回転軸は特殊で、数値の大きさは変わらないが軸を少しずつ動かしているため、差があまり生まれなかった。ストレートの軸を1°ずつ傾けても軌道に変化は見られなかった。ストレートは変化がなかったのに対して、カーブはz軸マイナスの方向に1°ずつ揚力が働くようになるため、軌道がだんだんとz軸マイナス方向に落ちている。Y方向も同様にだんだんとz軸マイナス方向に落ちていっている。

球速の違いが大きく生じた。球速が上がると18.44mまでの到達時間が早くなるため、変化量は球速が上がるほど少なくなる。ストレートの100km/hと160km/hの軌道の差とカーブの80km/hと145km/hの軌道の差を比べると球速差だいたい60km/hなのに対し、ストレートの方が変化量が少なかった。球速がもたらす変化量が多いのはカーブであることが結果から分かる。カーブの軌道の、y方向とx方向の結果を比べると、軌道の変化としてはx方向が優っているのに対し、y方向は方向は差ほど変わらず、y方向の移動距離が伸びていることがわかる。

投射角度を5°ずつ上げていくと、ストレートは軌道がほぼ均一に上がっていることがわかる。カーブも同様に軌道がほぼ均一に下がっている。カーブのy方向の曲がりには30°の投射角度が一番曲がり量が少なくなった。

## 3.3 考察

運動方程式  $m\vec{a} = \vec{L} + \vec{D} + m\vec{g}$  から考察すると、気圧は空気密度を変えるため抗力  $D$  に影響をもたらす。ただ、空気密度の変化はごく僅かであるため、与える影響も小さい。結果のエベレストのように極端に小さくなると変化量が小さくなる。つまり、空気密度が小さくなると等速運動になり、揚力と重力だけの軌道になる。回転数は揚力  $L$  に影響をもたらすので、回転数が多くなれば変化量も大きくなる。検証結果からカーブよりもストレートの方が変化の差が大きいのは、カーブの揚力は重力と同じ方向にも力の成分があるため、重力に抗うことなく力が働くためである。つまり、回転数が大きくなると  $z$  方向マイナス成分がある変化球の方が差が少なくなる。ストレートは回転数に大きく影響されるので、伸びのあるストレートを放るためには回転数を上げることが必要である。カーブの回転数を上げると  $45^\circ$  に近似していくのは重力が与える力の大きさを微量に感じさせるほどの揚力が働くから。例えば、揚力が  $z$  方向に  $-10N$ 、 $y$  方向に  $10N$  の力と重力が  $z$  方向に  $-5N$  だと重力が半分の大きな力になるが、揚力が  $z$  方向に  $-100N$ 、 $y$  方向に  $100N$  の力で重力と比較すると微量に感じる。つまり、回転数によってどれだけ重力を微量化できるかが、曲げたい方向に曲げられるかを定める。回転軸に対して、力が働く方向が正確であればあるほど、変化が大きくなる。 $45^\circ$  に曲げたいのであれば、しっかり  $45^\circ$  で放る方が良い。球速が上がると抗力  $D$ 、揚力  $L$  のどちらも影響されるが、球速が上がることにより、キャッチャーまでの到達時間が早くなる。運動方程式を見ると球速が上がると、揚力、抗力ともに力が大きくなるが、 $18.44m$  を駆け抜けるスピードが勝る。カーブの方が球速に影響されて変化量が大きくなっているのは、球速が上がれば上がるほど  $18.44m$  間の変化が小さくなるからで、 $80km/h$  から  $145km/h$  の変化量の差と、 $100km/h$  から  $160km/h$  の変化量の差が変化するのは、単純に  $100km/h$  での変化量と  $80km/h$  での変化量に大きく差があるからである。投射角度でカーブの  $y$  方向の曲がり角が  $30^\circ$  のときに一番曲がり角が少なくなるのは、揚力が働く方向が進行方向によって変化し、上になればなるほど  $y$  成分の力が減少するのと、到達時間の差によって生まれるものである。

## 第4章

### まとめ

シミュレーションによって野球ボールの軌道を再現してみたが、やはり一番影響を与えているのは回転数であることが明白になった。野球をする環境で大きく左右されると思っていたが、雨の日と晴れの日でもあまり変化はないことがわかったため、投球の調子を環境のせいにするのは間違いであることも明白になった。今回、現在活躍中の大谷投手や、藤川球児投手、山岡泰輔投手の軌道を参考にしたが、球速が上がれば上がるほど三振を取れるいいピッチャーであるとは限らず、球速と回転数との兼ね合いがとても大事だとわかった。スピードが速いだけのピッチャーではいいピッチャーにはなれない。回転数だけでも同様である。バッターのタイミングをずらしたり、到達位置を変えることによって打ち取ることができるので、変化量やスピードをコントロールすることはピッチャーにとって大事なことである。シミュレーションと現実のずれは網目の兼ね合いや風の影響などによって誤差はあったが、プログラムを作成から検証、考察までの経験を通して、多くの知識を知れたことがよかった。この論文で、数理的な指導をする方が増えたら、嬉しく思う。

## 謝辞

この研究をするにあたって、たくさんの人にお世話になりました。どうしてもモチベーションを保つことができない私を親友が助けてくれました。この研究を進めることができたのは、日々ご指導をしてくださった桂田祐史教授に心から感謝をしています。本当にありがとうございました。

## 参考文献

- [1] ロバート・アデア著, 中村和幸訳, ベースボールの物理学, 紀伊国屋書店
- [2] [https://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/view/monthly\\_s1.php?prec\\_no=44&block\\_no=47662&year=2021&month=&day=&view=a1](https://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/view/monthly_s1.php?prec_no=44&block_no=47662&year=2021&month=&day=&view=a1)
- [3] <https://baseball-future.com/data/blog-6-11-2/>
- [4] <https://hiros-lab.com/review1/>
- [5] <https://twitter.com/eagleshibakawa/status/1119432999798362112>
- [6] <https://cherry0704.com/post-9507/>
- [7] Robert K. Adair, The physics of baseball third edition, Harper Collins Publisher, May 2002.
- [8] Robert G. Watts and Ricardo Ferrer, The lateral force on a spinning sphere: Aerodynamics of a curveball, American Journal of Physics, Vol. 50, pp. 40-44, 1987.