

# 2019年に起こった新型コロナウイルスを抑えるために

竹内 爽

2021年2月28日

## 目次

1	はじめに	1
2	GOTO トラベルの危険性	2
3	外出自粛	3
4	予防接種と PCR 検査について	3
4.1	予防注射の場合	3
4.2	PCR 検査の場合	4
4.3	それぞれの効果比較	5
5	まとめ	5
6	参考	5
7	付録	6

## 1 はじめに

新型コロナウイルスについて考えていきたいと思うが、時刻による感染力の変化や人の移動による感染の変化などの難しいことを考えられなかったのもう少し単純なモデルに置き換えて考えていく。

今回は次のモデルを元に考えていきたいと思う。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\beta xy \\ \frac{dy}{dt} = \beta xy - \gamma y \\ \frac{dz}{dt} = \gamma y \end{cases}$$

佐藤總夫, 自然の数理と社会の数理 2[1] から

このモデルはカーマック・マッケンドリックの流行病のモデルと呼ばれるもので、 $x$  は感受性者数  $y$  は感染者数  $z$  除去者数としている。 $\beta$  は感染率  $\gamma$  は除去率である。ただしこのあと考えることの関係で  $z$  は一度感染者になったことのある人のみの集団とする。

このモデルは人の出入りがなく、すべての人が同じように他の人と接触し、感染が発覚して隔離されるまでは感受性者たちと接触し続けるモデルである。

このモデルを使う中で特に最終的に病気にかかったことのある人の数である  $z$  についてを今回は注目して考える。

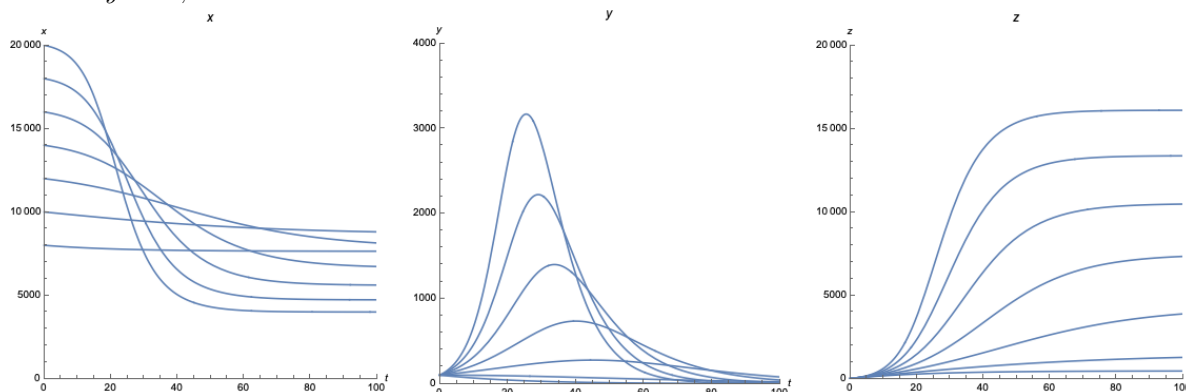
今回のグラフを書く時には断りがなければ  $\beta=0.00002, \gamma=0.2, t_{MAX}=100$  で計算されています。

## 2 GOTO トラベルの危険性

GOTO トラベルでは一時期大都市からの移動は制限しないが大都市への移動を制限する措置をしていたが果たして効果はあったのだろうか。

大都市からの移動について考えるので単純に初期の感受性者  $x$  の人数に対する除去者  $z$  の変化について見ていく。

初期値は  $y=100, z=0$  で  $x$  を 8000 から 2000 ずつ増やしていき 20000 までのグラフである。



このグラフから感受性者がある程度の数にならなければ感染が広がらない事がわかる。

そもそも感染の拡大とは  $y$  が増加することによって起こる、 $x$  は時刻  $t$  が進むにつれて減少していく事がわかるので  $\frac{dy}{dx}$  の値について考えれば  $y$  の増減を考える事ができる。ここで

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx}$$

なのでこの式カーマック・マッケンドリックの流行病のモデルの式を代入すると

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{\beta xy - \gamma y}{-\beta xy}$$

となる。ここで  $\frac{\gamma}{\beta} = \rho$  とすると

$$\frac{dy}{dx} = -1 + \frac{\rho}{x}$$

となるので  $x < \rho$  の時  $\frac{dy}{dx} > 0$  となり  $x > \rho$  の時  $\frac{dy}{dx} < 0$  となる

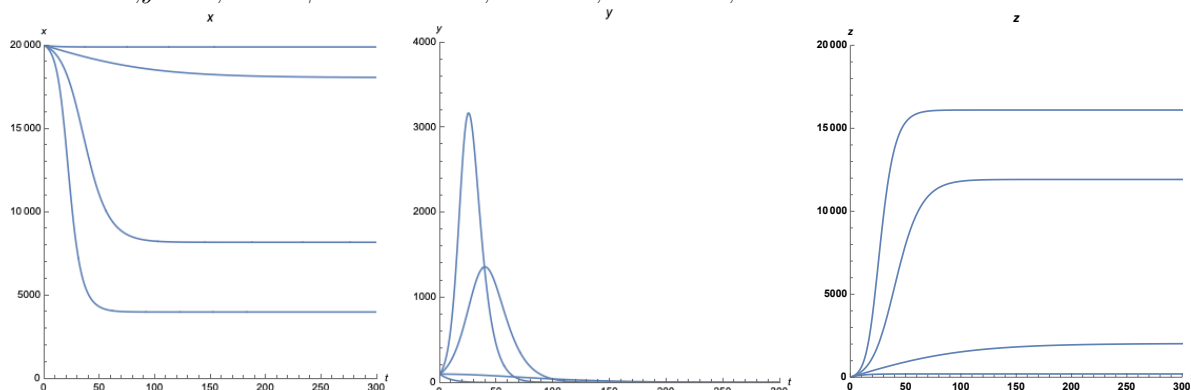
しかしここで注意しなければならないのはそもそも  $x$  は時刻  $t$  とともに減少していくので  $\frac{dy}{dx} > 0$  となっている区間では時間とともに  $y$  は減少していき  $\frac{dy}{dx} < 0$  となる区間では  $y$  は増加していく 佐藤總夫, 自然の数理と社会の数理 2[1] から

このことから最初から  $x$  が  $\rho$  以下の時には感染が起こらない

これらのことから地方への移動を制限しなかった GOTO は感染が起こらなかったかもしれない地域での感染を起こすきっかけになる可能性があったので大変危険だった事がわかる

### 3 外出自粛

外出の自粛がどのように効果があったのか考える。ここでは外出自粛の効果は人と人の接触の機会が減少すると考えられるので  $\beta$  の値がより小さくなっていると考える。すると  $x, y, z$  は以下のように変化する。初期値は  $x=20000, y=100, z=0$  で  $\beta$  を  $0.5 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-5}, 1.5 \times 10^{-5}, 2 \times 10^{-5}$  として  $t$  を 300 までのグラフ。



自粛を続ける事が出来ればこれもまた感染を広げる事なく抑え込む事ができる。これは GOTO トラベルのところでも考えているように  $\frac{dy}{dx}$  についての部分の  $\frac{\gamma}{\beta} = \rho$  から  $\beta$  の値が小さくなると  $\frac{dy}{dx} > 0$  になる  $x$  を大きくする事ができるので感染を抑えられる。しかしこれから先ずっと自粛を続けていくことは難しいので何か対策を考えなければいけない。

### 4 予防接種と PCR 検査について

今日本ではワクチン接種が始まろうとしているおり、中国などでは感染が確認された地域の全ての人に PCR 検査を行うなどの対応を行っているが、これらには実際にどれほど効果があるのかについて考えていく。

その上で今回は最初から医療体制が整っている場合と感染の途中から医療体制が整った場合について考える。

ここでは予防注射の効果は 100% であり PCR 検査も正確なものとして考える。つまり予防注射を打ったら確実に効果がありすぐに効果が発揮されて感受性者から除外されこれ以降感染者になることはないものと考ええる。また PCR 検査も確実に感染者を陽性として陽性と診断された人は即座に隔離されて除去者となる。

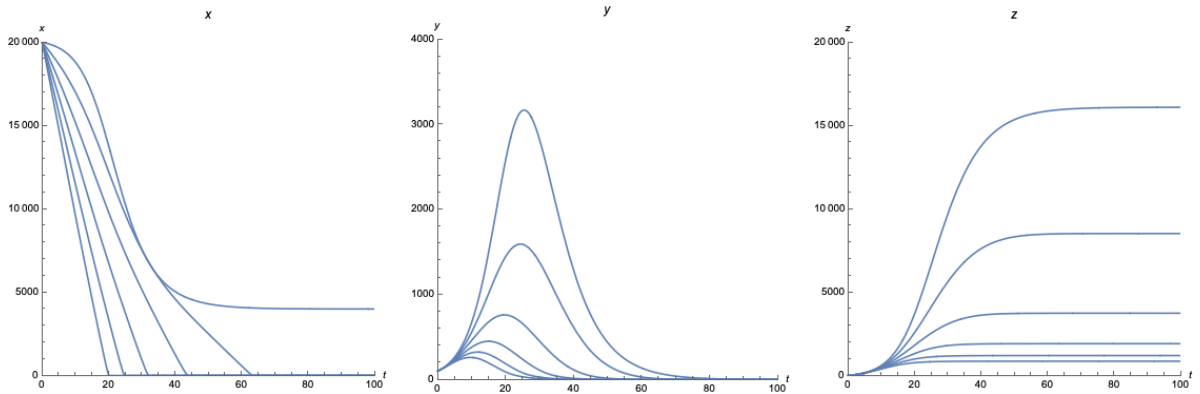
次から出てくる  $k$  とは医療の能力である。この  $k$  は時間あたりに病院などで注射や検査を受けられる数である。

#### 4.1 予防注射の場合

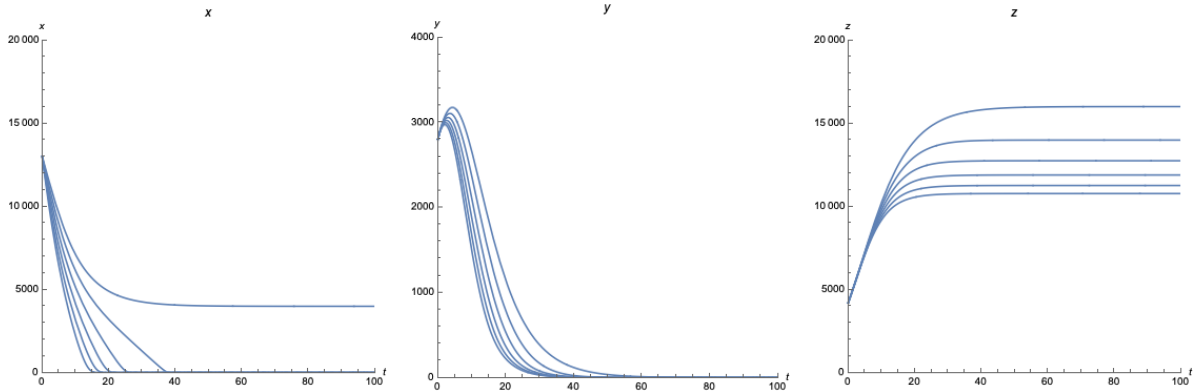
感受性者  $x$  と感染者  $y$  の中から人を選んで予防注射を行うので元の式がこのように変化する

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\beta xy - \frac{x}{x+y}k \\ \frac{dy}{dt} = \beta xy - \gamma y \\ \frac{dz}{dt} = \gamma y \end{cases}$$

感染初期から予防注射をした場合  $x, y, z$  はそれぞれ以下のように変化する。初期値は  $x=20000, y=100, z=0$  で  $k$  を 0, 200, 400, 600, 800, 1000 としているグラフである。



次に感染が広がってから予防注射をした場合については以下のように変化する。初期値は  $x=13000, y=2800, z=4200$  で  $k$  を  $0, 200, 400, 600, 800, 1000$  としているグラフである。この初期値は  $t=21$  までは  $k=0$  で進めた値に近い値である。  $\{x=13057.4, y=2778.82, z=4263.75\}$



感染後の注射ではその時点での感染者と除去者のせいで最終的な除去者を減らす事が出来ず感受性を減らす事ではその後の感染者を減らす効果も得にくい事がわかる。

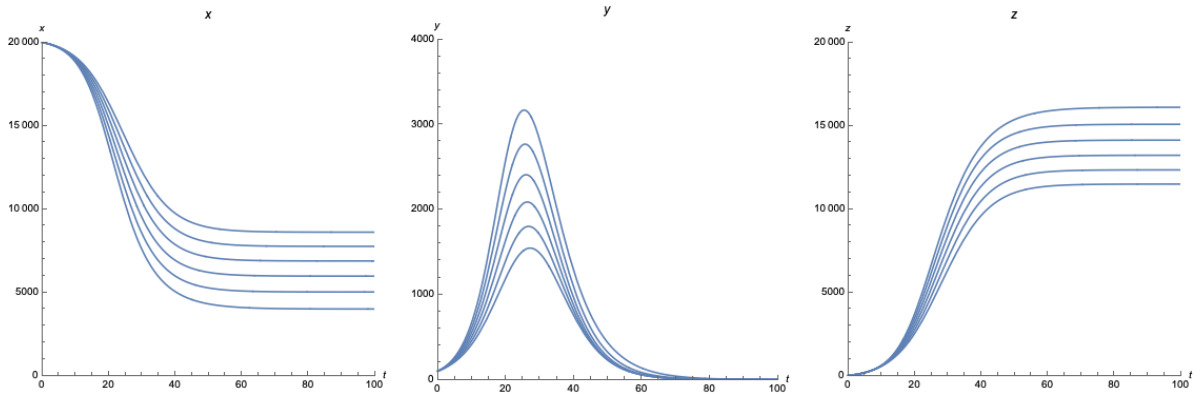
以上のことから感染拡大後の予防注射では効果が出にくい。

## 4.2 PCR 検査の場合

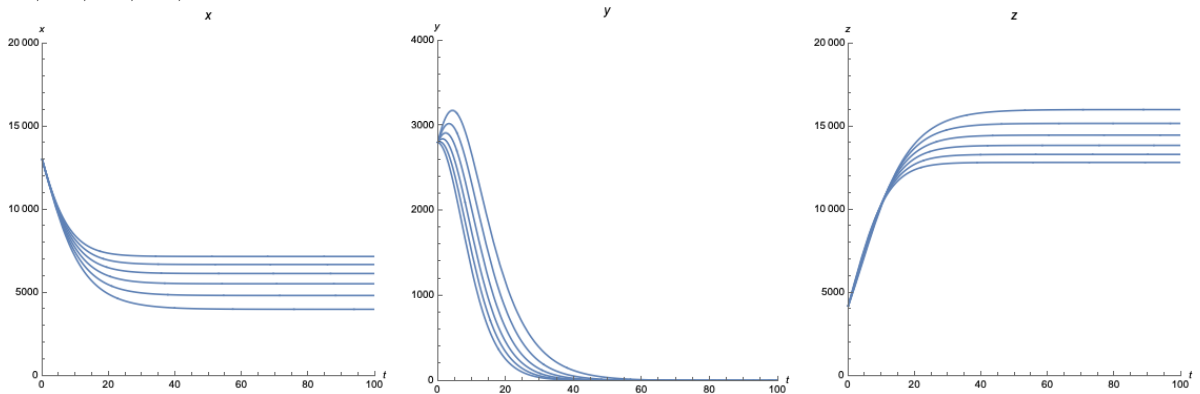
予防注射の時と同じように考えて以下のように式が変化する

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\beta xy \\ \frac{dy}{dt} = \beta xy - \gamma y - \frac{y}{x+y} k \\ \frac{dz}{dt} = \gamma y + \frac{y}{x+y} k \end{cases}$$

注射と同様に  $x, y, z$  の変化について見てみる。初期値は  $x=20000, y=100, z=0$  で  $k$  を  $0, 200, 400, 600, 800, 1000$  としているグラフである。



同じように感染拡大後の PCR 検査では次のようになる。初期値は  $x=13000, y=2800, z=4200$  で  $k$  を  $0, 200, 400, 600, 800, 1000$  としているグラフである。



PCR 検査ではどのタイミングで行なったとしても大きな効果を得る事が出来ていない。

### 4.3 それぞれの効果比較

今までの注射や PCR 検査を行った場合の効果を見てもやはり感受性者  $x$  から病気になる人を増やす事が一番効果がある事がわかる。ただしこれは感染が広がってしまうと効果を出しにくくなる。

## 5 まとめ

今まで見てきたことから感染を止めるためには外出自粛などの一時的な対策も重要だがとにかく感受性者である  $x$  をいかに早く感染しない人に変えるにかかっているのこれから予防注射をいかに早くたくさんの人に届けるかが大事になってくる。

## 6 参考

### 参考文献

- [1] 佐藤總夫, 自然の数理と社会の数理 2 第 1 版, 日本評論社 (1987).

## 7 付録

使用したプログラムの例

Mathematica を使用

```
kam[x0_, y0_, z0_, beta_, gamma_] := ParametricPlot[
  Evaluate[
    {t2, x[t2]} /.
    NDSolve[{x'[t] == -beta*x[t]*y[t],
            y'[t] == beta*x[t]*y[t] - gamma*y[t],
            z'[t] == gamma*y[t],
            x[0] == x0, y[0] == y0, z[0] == z0},
            {x, y, z}, {t, 0, 100}]], {t2, 0, 100},
  PlotRange -> {{0, 100}, {0, 20000}},
  AspectRatio -> 1]
```

ここで一度実行

```
sir[20000, 100, 0, 0.00002, 0.2]
```

これでグラフを書く事ができる。

それぞれについて説明

```
kam[x0_, y0_, z0_, beta_, gamma_] := ParametricPlot[
  Evaluate[
    {t2, x[t2]} /. (ここの t2 や x を変えると対応した値のグラフを書く事ができる)
    NDSolve[{x'[t] == -beta*x[t]*y[t],
            y'[t] == beta*x[t]*y[t] - gamma*y[t],
            z'[t] == gamma*y[t],
            x[0] == x0, y[0] == y0, z[0] == z0},
            {x, y, z}, {t, 0, 100}]], {t2, 0, 100},
  PlotRange -> {{0, 100}, {0, 20000}}, (出力するグラフの x,y 軸の値を決められる)
  AspectRatio -> 1]
```

```
sir[20000, 100, 0, 0.00002, 0.2] (x,y,z,beta,gamma の値をそれぞれ決める事ができる)
```