

2019年度卒業研究レポート

伝染病の数理

-未知のウィルスゾンビ感染について-

明治大学 総合数理学部 現象数理学科

4年1組 31番 寺田隼人

2020年2月21日

目次

1	はじめに	1
2	SIR モデル	2
2.1	平衡点	3
2.2	数値シミュレーションの結果	4
3	SIR モデル (人口動態を考慮)	4
3.1	平衡点	6
3.2	平衡点の安定性	7
3.3	数値シミュレーション	7
4	SZR モデル	9
4.1	平衡点	9
4.2	平衡点の安定性	10
4.3	数値シミュレーション	10
5	SIZR モデル	12
5.1	平衡点	12
5.2	平衡点の安定性	13
5.3	数値シミュレーション	14
6	その他のモデル	14
6.1	SIZRQ モデル	14
6.2	SIZR 治癒確立モデル	15
6.3	SZR ΔZ モデル	15
7	まとめ	15

1 はじめに

私が伝染病の数理とゾンビ感染に興味を持ったのは3年次での数理生物学やQ1ゼミでの SIR モデルなど数値シミュレーションを学び、それらの結果生物の個体数の変動が見て取れるように分かり、とても面白いと感じたからである。また4年次の夏休みに入り NETFLIX で鑑賞した映画「バイオハザード」シリーズの影響も関係している。

この卒業研究レポートでは真面目で基本的な伝染病モデルから入り、現実には起こらない突拍子もないゾンビの話まで入っていく。内容は Munz, Hudea, Imad, Smith 著の論文 [5] の読解+ α である。

2 SIR モデル

はしかやマラリアのような伝染病の蔓延は非線形微分方程式系としてモデル化できる。こういった数理モデル研究は 1920 年代から 1930 年代にかけてケルマックとマッケンドリックの二人によって基礎が作り上げられ、今日における伝染病の流行や予防に役立っている。

さて、最も代表的な伝染病のモデルである SIR モデルについて説明していく。まず、ある地域に住む N 人の集団を考える。その地域の間は他の地域の間と全く交流をせず、その地域の中だけで交流があるものとする。ここでは人口動態 (出生や自然死) を考えないので、全住民 N は一定である。

次に住民は 3 つのクラスに分けられているものとする。1 つ目は感染をしていない未感染個体、2 つ目は感染をしている感染個体、3 つ目は病気に罹り死亡してしまった人もしくは病気から回復した人を排除個体という。病気から回復した人は二度と感染しないものとする。時刻 t でのそれぞれのクラスの数をも未感染個体 $S(t)$ 、感染個体 $I(t)$ 、排除個体 $R(t)$ と表したとき、 $S + I + R = N$ である。ここで正のパラメータ β と γ を導入する。 β は感染率を γ は除去率を表す。また、伝染病の感染の速度は未感染個体と感染個体の積に比例するものとし βSI で表す。感染個体の死亡率、回復率は感染個体の数に比例するものとし γI で表す。すると以下のような微分方程式を得る。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases} \quad (1)$$

$(S + I + R)' = 0$ になっているのは、 $S + I + R = N$ としていることと辻褃が合っている。

2.1 平衡点

$(S + I + R)' = 0$ なので $S + I + R$ は定数である。なので $S(t)$ と $I(t)$ を決めればその結果を使い $R(t)$ も求められる。ゆえに

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \end{cases}$$

の2式について考えていく。この系の平衡点は S 軸全体であるので、ヤコビ行列を考えると、

$$J(S, I) = \begin{bmatrix} -\beta I & -\beta S \\ \beta I & \beta S - \gamma \end{bmatrix}$$

であり、平衡点 $(S, 0)$ についてのヤコビ行列は

$$J(S, 0) = \begin{bmatrix} 0 & -\beta S \\ 0 & \beta S - \gamma \end{bmatrix}$$

ゆえに固有値は 0 と $\beta S - \gamma$ である。第2の固有値について

$$\begin{aligned} 0 < S < \frac{\gamma}{\beta} & \text{ ならば負} \\ S > \frac{\gamma}{\beta} & \text{ ならば正} \end{aligned}$$

であるから、 S ノルクラインは S 軸と I 軸である。 I 軸上では $I' = -\frac{\gamma}{\beta}$ であるから解は単にこの直線に沿って原点に向かう、 I ノルクラインは $I = 0, S = \frac{\gamma}{\beta}$ なので図1に示すようになる。次にこのことを解析的に調べる。 $\frac{dS}{dt}, \frac{dI}{dt}$ の第2式を第1式で割ると

$$\frac{I'}{S'} = \frac{\beta SI - \gamma I}{-\beta SI} = -1 + \frac{\gamma}{\beta S}$$

を得る。これは変数分離型なので、次のように求める。

$$\begin{aligned} dI &= -dS + \frac{\gamma}{\beta S} dS, \\ I &= I(S) = -S + \frac{\gamma}{\beta} \log S + \text{定数} \end{aligned}$$

ゆえに関数 $I + S - (\frac{\gamma}{\beta}) \log S + \text{定数}$ は解曲線に沿って一定である。すなわち、 $I = -S - (\frac{\gamma}{\beta}) \log S + \text{定数}$ が解曲線の方程式である。このとき、区間 $\frac{\gamma}{\beta} < S < \infty$ 内の各平衡点を区間 $0 < S < \frac{\gamma}{\beta}$ 内の平衡点に結ぶ唯一の解曲線が存在する。図2に示した。時間が経つにつれて初期時点を出発する点、 $(S(t), I(t))$ は矢印の方向に動いていく。この曲線は $0 < S < \frac{\gamma}{\beta}$ で S 軸を一度だけしか通らない。したがって方程式 $I(S) = 0$ は $0 < S < \frac{\gamma}{\beta}$ でただ一つの根 $S = \tilde{S}$ をもち、点 $(\tilde{S}, 0)$ が平衡点となる。

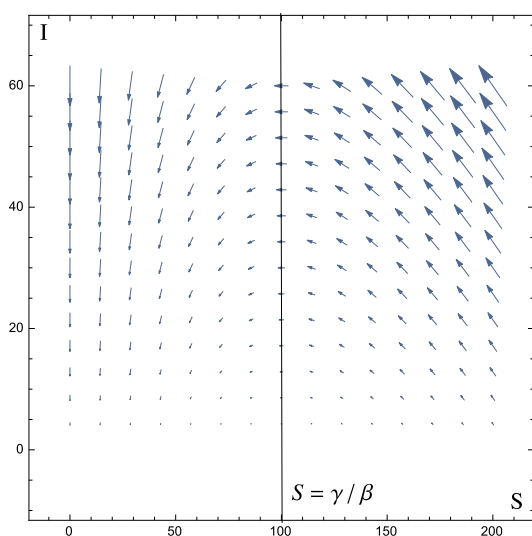


図 1: SIR モデルでのベクトル場

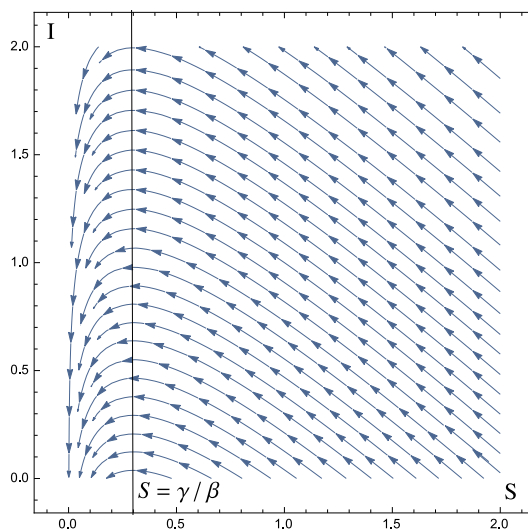


図 2: 解曲線 $S = \frac{\gamma}{\beta}$

2.2 数値シミュレーションの結果

ここで、Mathematica を用いて数値シミュレーションをする。 $\beta = 0.001, \gamma = 0.1$, 初期値 $(S_0, I_0, R_0) = (199, 1, 0)$ を図 3 とし、初期値 $(S_0, I_0, R_0) = (50, 150, 0)$ を図 4 とする。グラフからわかるように、十分時間が経てば、 $I \rightarrow 0, S \rightarrow$ 正の数となり、伝染病は終息する。また初期値に依存して収束する S の状態が異なる。

3 SIR モデル (人口動態を考慮)

第 2 節で示した基本の SIR モデル (1) では、初期値に関わらず十分時間が経てば感染個体が消滅した。それは人口動態を考慮していないからである。人口動態とは出生や自然死、移動などによる総人口の増減である。正であるパラメータ Π を単位時間あたりの出生率とし、 δ を自然死亡率とすると以下のようなになる。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Pi - \delta S - \beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \delta I - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = -\delta R + \gamma I \end{cases} \quad (2)$$

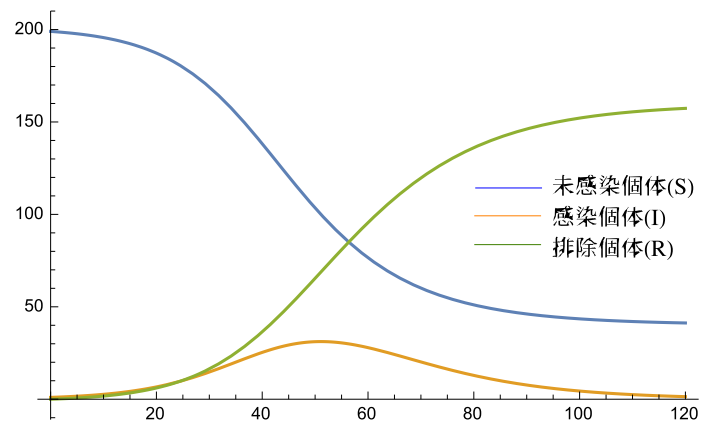


图 3: 初期值 $(S_0, I_0, R_0) = (199, 1, 0)$

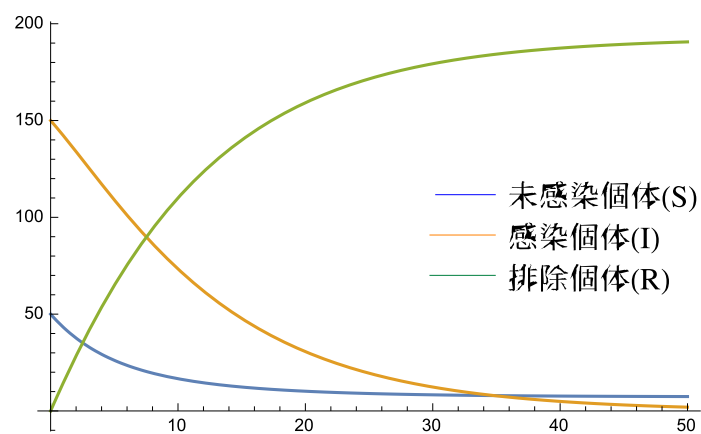


图 4: 初期值 $(S_0, I_0, R_0) = (50, 150, 0)$

3.1 平衡点

この時、総人口 $S(t) + I(t) + R(t)$ は $\frac{\Pi}{\delta}$ を安定な平衡値としているから、

$$(S, I, R) = \left(\frac{\Pi}{\delta}, 0, 0 \right)$$

は (2) の式の平衡点の一つである。この点の周りで上記の第 2 式を線形化すると

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{\Pi}{\delta} I - \delta I - \gamma I$$

となる。この時の感染個体数 I の増減を考えると、

$$\begin{aligned} \beta \frac{\Pi}{\delta} - (\delta + \gamma) > 0 & \quad \text{ならば増加し} \\ \beta \frac{\Pi}{\delta} - (\delta + \gamma) < 0 & \quad \text{ならば減少する。} \end{aligned}$$

この二つの式は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{\beta \Pi}{\delta(\delta + \gamma)} > 1 \\ R_0 &= \frac{\beta \Pi}{\delta(\delta + \gamma)} < 1 \end{aligned}$$

この R_0 を基本再生産数 (アール・ノート) とよび、一人当たりの感染者がどれだけの二次感染をもたらすものかという指数になっている。また今回の場合、感染症が定着する endemic 平衡点という二つ目の平衡点が存在する。その平衡点は、

$$(S^*, I^*, R^*) \text{ を平衡点とした時、 } I^* > 0 \text{ を満たす。}$$

endemic 平衡点を求める。 $S \equiv \frac{\Pi}{\delta}, I \neq 0$ のとき (2) の式より、

$$\delta S + \beta S I = \Pi, \quad I(\beta S - \delta - \gamma) = 0, \quad -\delta R + \gamma I = 0$$

を変形すると、2つ目の式より $S^* = \frac{\delta + \gamma}{\beta}$ が得られる。同様に I^* と R^* を求めると、

$$\begin{aligned} I^* &= \frac{\Pi - S\delta}{S\beta} = \frac{\frac{\Pi}{\delta} - \delta}{\frac{\beta}{\delta}} = \frac{\frac{\beta \Pi}{\delta} - \delta}{\beta} = \frac{\beta \Pi - \delta(\gamma + \delta)}{\beta(\gamma + \delta)} \\ R^* &= \frac{\gamma}{\delta} I^* = \frac{\gamma(\beta \Pi - \delta(\gamma + \delta))}{\delta \beta(\gamma + \delta)} \end{aligned}$$

よって二つ目の平衡点は、

$$(S^*, I^*, R^*) = \left(\frac{\delta + \gamma}{\beta}, \frac{\beta \Pi - \delta(\gamma + \delta)}{\beta(\gamma + \delta)}, \frac{\gamma(\beta \Pi - \delta(\gamma + \delta))}{\delta \beta(\gamma + \delta)} \right)$$

となる。この平衡点が存在する条件は $R_0 > 1$ である。

3.2 平衡点の安定性

(2) の式のヤコビ行列の固有値を考えることで各平衡点での局所漸近安定性が得られる。ヤコビ行列は、

$$J(S, I, R) = \begin{bmatrix} -\delta - \beta I & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - \delta - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & -\delta \end{bmatrix}$$

である。平衡点 $(\frac{\Pi}{\delta}, 0, 0)$ の場合でのヤコビ行列は

$$J\left(\frac{\Pi}{\delta}, 0, 0\right) = \begin{bmatrix} -\delta & -\frac{\beta\Pi}{\delta} & 0 \\ 0 & \frac{\beta\Pi}{\delta} - \delta - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & -\delta \end{bmatrix}$$

であるので、固有値を求めると $J\left(\frac{\Pi}{\delta}, 0, 0\right) : \lambda = -\delta, \frac{\beta\Pi - \delta(\delta + \gamma)}{\delta}$ が求められる。また平衡点 (S^*, I^*, R^*) の場合のヤコビ行列は

$$J(S^*, I^*, R^*) = \begin{bmatrix} -\delta - \beta I^* & -\beta S^* & 0 \\ \beta I^* & \beta S^* - \delta - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & -\delta \end{bmatrix}$$

であるので、固有値は全て負の実数であるか、虚数で実部が負である。これらの固有値より以下が言える。

$$\begin{aligned} R_0 < 1 &\Rightarrow \left(\frac{\Pi}{\delta}, 0, 0\right) \text{ は局所漸近安定、} (S^*, I^*, R^*) \text{ は存在しない。} \\ R_0 > 1 &\Rightarrow \left(\frac{\Pi}{\delta}, 0, 0\right) \text{ は不安定、} (S^*, I^*, R^*) \text{ は局所漸近安定。} \end{aligned}$$

よって平衡点の安定性が示された。

3.3 数値シミュレーション

SIR モデルの時と同様に、Mathematica を用いて数値シミュレーションを行っていく。 β, γ の条件や初期値 $(S, I, R) = (199, 1, 0)$ の条件も同じにし、 Π, δ の取り方で基本再生産数 $R_0 > 1$ の時どうなるか、 $R_0 < 1$ の時どうなるかを見ていく。図5を $\Pi = 0.8, \delta = 0.01$ つまり $R_0 < 1$ 、図6を $\Pi = 0.8, \delta = 0.0001$ つまり $R_0 > 1$ としている。

$R_0 > 1$ とした時のグラフでは、感染が一度治ったように見えるが時間を進めると、再び感染者が増える。この状態を病気が定着していると言える。

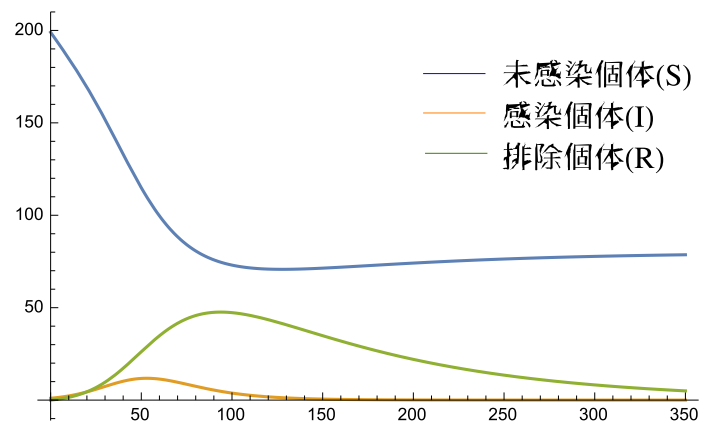


图 5: $\Pi = 0.8, \delta = 0.01, R_0 < 1$

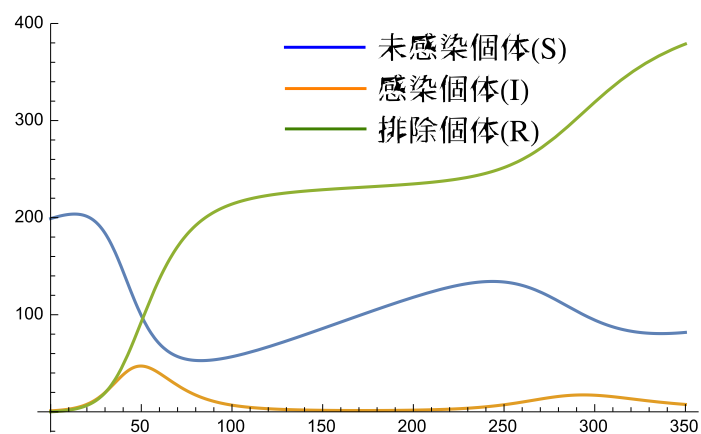


图 6: $\Pi = 0.8, \delta = 0.0001, R_0 > 1$

4 SZRモデル

多くの小説や映画などで取り扱われるゾンビについて、大まかな傾向としてゾンビに嘯みつかれた人間がゾンビ化して伝染病としての性質を持つ。ただ、今まで説明してきたモデルと違うところは伝染病の宿主が死ぬことで感染は止まるが、ゾンビ感染の場合は死んだ人間が感染を広げることにある。このゾンビ感染を止めるには、ゾンビを殺すこと以外にないのである。SZRモデルの説明に入る。扱うクラスは今まで感染者個体としてきた I をゾンビ個体 Z とすることと今までクラス R は伝染病を克服した生者も含まれていたが、ゾンビとして復活するのがゾンビモデルなので死者のみとする。また新たに正のパラメータ ζ, α を導入する。それぞれの説明は死者がゾンビとして ζ で復活する。未感染者とゾンビが接触した時に α でゾンビを殺せるとする。このモデルは以下の式で表せる。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Pi - \delta S - \beta SZ \\ \frac{dZ}{dt} = \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ \\ \frac{dR}{dt} = \delta S + \alpha SZ - \zeta R \end{cases} \quad (3)$$

4.1 平衡点

(3) の常微分方程式は $S' + Z' + R' = \Pi$ を満たすため $S + Z + R \rightarrow \infty$ となる。これは生者とゾンビと死者の数が無限大に発散するという意味だが、 $t \rightarrow \infty$ としても生者の数は無限大にはなりえないのでゾンビと死者の数が爆発的に増えると言える。これらは長期間のゾンビ発生と言われている。次に短期間のゾンビ発生を調べる。短期間なので $\Pi = \delta = 0$ と考え、零解を求めると

$$\begin{cases} -\beta SZ = 0 \\ \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ = 0 \\ \alpha SZ - \zeta R = 0 \end{cases}$$

第1式から $S = 0, Z = 0$ となることがわかる。つまり $S = 0$ とすると生者が絶滅する終末の解を得る。

$$(S, Z, R) = (0, Z, 0)$$

また、 $Z = 0$ とするとゾンビのいない平和な解を得る。

$$(S, Z, R) = (S, 0, 0)$$

4.2 平衡点の安定性

(3) の式のヤコビ行列は

$$J(S, Z, R) = \begin{bmatrix} -\beta Z & -\beta S & 0 \\ \beta Z - \alpha Z & \beta S - \alpha S & \zeta \\ \alpha Z & \alpha S & -\zeta \end{bmatrix}$$

平衡点 $(S, 0, 0)$ でのヤコビ行列は

$$J(S, 0, 0) = \begin{bmatrix} 0 & -\beta S & 0 \\ 0 & \beta S - \alpha S & \zeta \\ 0 & \alpha S & -\zeta \end{bmatrix}$$

であるため固有値を求めると、

$$\det(J - \lambda E) = -\lambda\{\lambda^2 + [\zeta - (\beta - \alpha)S]\lambda - \beta S\zeta\}$$

固有値 λ は実数部分で常に正の値を持つ、故にゾンビがない平和な解は常に不安定な状態と言える。

平衡点 $(0, Z, 0)$ でのヤコビ行列は

$$J(0, Z, 0) = \begin{bmatrix} -\beta Z & 0 & 0 \\ \beta Z - \alpha Z & 0 & \zeta \\ \alpha Z & 0 & -\zeta \end{bmatrix}$$

であるため同様に固有値を求めると、

$$\det(J - \lambda E) = -\lambda(-\beta Z - \lambda)(-\zeta - \lambda)$$

固有値 λ は常に負である、故に生者が絶滅する解は漸近的に安定と言える。

4.3 数値シミュレーション

論文中ではオイラー法に基づいて常微分方程式を解いていたが、精度の問題もあり、オイラー法で解いたものを示す。図7はゾンビがない平和な解を図8は生者が絶滅する終末の解を表している。

左のグラフは上記でも説明した通り、不安定であることがわかる。また右のグラフでは $\alpha = 0, 005, \beta = 0.0095, \zeta = 0.0001, \delta = 0.0001$ としている。

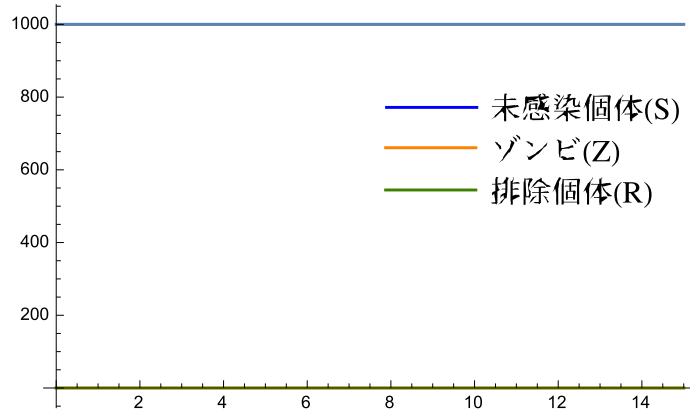


図 7: ゾンビがない平和な世界

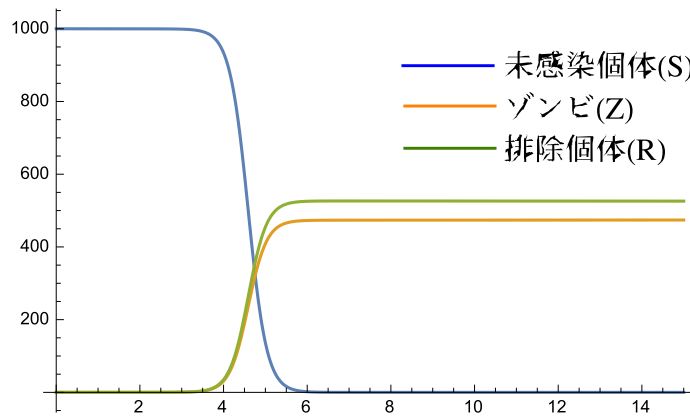


図 8: 生者が絶滅する世界

5 SIZR モデル

映画や小説ではゾンビに感染した人がすぐにゾンビになるのではなく一定時間を人間(感染者)として過ごした後にゾンビになるのが一般的である。そこで、感染者クラス I を作り未感染者は一度 I に移ってから一定期間を過ごした後、ゾンビになるか自然死するか、また自然死した場合でもゾンビとして生まれ変わることがある。新たに導入する正のパラメータとして ρ がある。これは感染者がゾンビになる確率 ρ である。次のモデルのようになる。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Pi - \delta S - \beta SZ \\ \frac{dI}{dt} = \beta SZ - \rho I - \delta I \\ \frac{dZ}{dt} = \rho I + \zeta R - \alpha SZ \\ \frac{dR}{dt} = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R \end{cases} \quad (4)$$

5.1 平衡点

SZR モデルの時と同様に短期間での感染を考えるので、 $\Pi = \delta = 0$ とする。また、零解を求めると、

$$\begin{cases} -\beta SZ = 0 \\ \beta SZ - \rho I = 0 \\ \rho I + \zeta R - \alpha SZ = 0 \\ \alpha SZ - \zeta R = 0 \end{cases}$$

やはり、第1式より $S = 0, Z = 0$ という2つの解が求まる。 $S = 0$ の時、

$$(S, I, Z, R) = (0, 0, Z, 0)$$

となり生者が絶滅することや、 $Z = 0$ の時、

$$(S, I, Z, R) = (S, 0, 0, 0)$$

となりゾンビがいない平和な世界である事も SZR モデルと同じである。

5.2 平衡点の安定性

(4) の式のヤコビ行列は

$$J(S, I, Z, R) = \begin{bmatrix} -\beta Z & 0 & -\beta S & 0 \\ \beta Z & -\rho & \beta S & 0 \\ -\alpha Z & \rho & -\alpha S & \zeta \\ \alpha Z & 0 & \alpha S & -\zeta \end{bmatrix}$$

平衡点 $(S, 0, 0, 0)$ でのヤコビ行列は

$$J(S, 0, 0, 0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\beta S & 0 \\ 0 & -\rho & 0 & 0 \\ 0 & \rho & -\alpha S & \zeta \\ 0 & 0 & \alpha S & -\zeta \end{bmatrix}$$

なので $J - \lambda E$ を求め、余因子展開をして固有値を求めると、

$$\begin{aligned} \det(J - \lambda E) &= \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & -\beta S & 0 \\ 0 & -\rho - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \rho & -\alpha S - \lambda & \zeta \\ 0 & 0 & \alpha S & -\zeta - \lambda \end{vmatrix} = -\lambda \begin{vmatrix} -\rho - \lambda & 0 & 0 \\ \rho & -\alpha S - \lambda & \zeta \\ 0 & \alpha S & -\zeta - \lambda \end{vmatrix} \\ &= -\lambda[-\lambda^3 - (2\rho + \alpha S)\lambda^2 - (\rho\alpha S + \rho^2 - \rho\beta S)\lambda + \rho^2\beta S] \end{aligned}$$

$\rho^2\beta S$ は 0 より大きいので、固有値 λ は実数部分で常に正の値を持つ、よって不安定である。平衡点 $(0, 0, Z, 0)$ でのヤコビ行列は

$$J(0, 0, Z, 0) = \begin{bmatrix} -\beta Z & 0 & 0 & 0 \\ \beta Z & -\rho & 0 & 0 \\ -\alpha Z & \rho & 0 & \zeta \\ \alpha Z & 0 & 0 & -\zeta \end{bmatrix}$$

なので、同様に $J - \lambda E$ を求めると、

$$\det(J - \lambda E) = \begin{vmatrix} -\beta Z - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \beta Z & -\rho - \lambda & 0 & 0 \\ -\alpha Z & \rho & -\lambda & \zeta \\ \alpha Z & 0 & 0 & -\zeta - \lambda \end{vmatrix}$$

この場合の固有値 λ は $-\beta Z, -\rho, 0, -\zeta$ の 4 つとなり、すべてについて負であるといえるので、安定している。

5.3 数値シミュレーション

SZR モデルの時とパラメータは同じにして、新たに $\rho = 0.005$ を加えた。図 9 がその結果である。論文中には”In this case, zombies still take over, but it takes

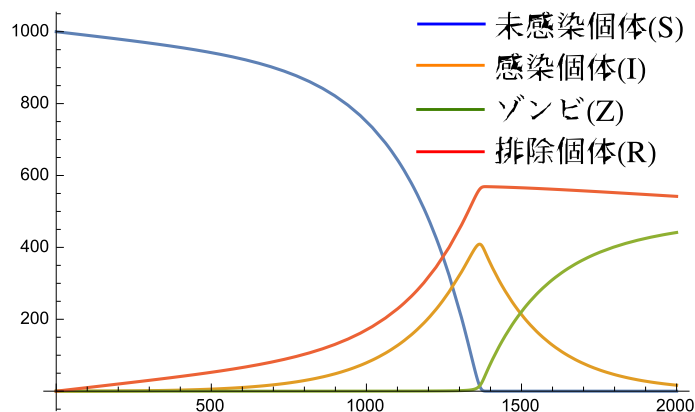


図 9: SIZR モデル $\rho = 0.005$

approximately twice as long.” [5]p.8 と書かれているが、シミュレーション結果は倍以上にゾンビが生者を凌駕するのに時間がかかっている。

6 その他のモデル

ここでは、論文中には記載されていたものの自分の力不足で読み解くことができなかったゾンビモデルについていくつか紹介する。

6.1 SIZRQ モデル

一般的に起こりうる伝染病の対策として、隔離対策がある。感染者を強制的に隔離して感染をこれ以上広がらないようにするものである。ここで、新たに隔離者クラスである Q を追加する。この隔離者クラスに移動しうる存在は感染者かゾンビである。なので正のパラメータ κ, σ を導入する。また隔離者の中からは逃亡

を謀る者が現れるとし、成功する前に γ で殺されるものとする。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Pi - \delta S - \beta SZ \\ \frac{dI}{dt} = \beta SZ - \rho I - \delta I - \kappa I \\ \frac{dZ}{dt} = \rho I + \zeta R - \alpha SZ - \sigma Z \\ \frac{dR}{dt} = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R + \gamma Q \\ \frac{dQ}{dt} = \kappa I + \sigma Z - \gamma Q \end{cases}$$

6.2 SIZR 治癒確立モデル

もし、ゾンビ感染に治療法が存在し早い段階で治療できたとする。ただし、免疫は存在しないものとしており、再びゾンビになる可能性は残っている。正のパラメータ c を導入すると以下のようになる。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Pi - \delta S - \beta SZ + cZ \\ \frac{dI}{dt} = \beta SZ - \rho I - \delta I \\ \frac{dZ}{dt} = \rho I + \zeta R - \alpha SZ - cZ \\ \frac{dR}{dt} = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R \end{cases}$$

6.3 SZR ΔZ モデル

最後に、人類が団結しゾンビに対して攻撃掃討作戦を仕掛けるモデルである。一度に作戦を行うのではなく、複数回にわたって遂行される。正のパラメータ k, n を導入する。それぞれ殺傷率 k とゾンビが絶滅するまで繰り返される作戦の回数を n とする。この場合のみ人類がゾンビに打ち勝っている。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Pi - \delta S - \beta SZ \\ \frac{dZ}{dt} = \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ \\ \frac{dR}{dt} = \delta S + \alpha SZ - \zeta R \\ \Delta Z = -knZ \end{cases}$$

7 まとめ

今回の場合では短期的な感染を主に扱っており、短期的でありながらも人類はすぐにゾンビによって壊滅させられてしまう。長期的な感染もシミュレーションし

たので示す。SZRモデルにおける $t \rightarrow \infty$ とした時のグラフが図10である。1000人いた未感染者は全てゾンビになり、地上の全てをゾンビが埋め尽くしているのである。このような結果になるのは生まれる人間も死ぬ人間もゾンビとなる供給源に過ぎないからである。人間がゾンビに勝利するには $SZR\Delta Z$ モデルのような早い段階でのゾンビ掃討作戦を仕掛けるより他にないのである。現実には決して起こりえないことであるが、一般的な感染症においても早い段階で対応を取ることが終息につながるのではないかと思う。

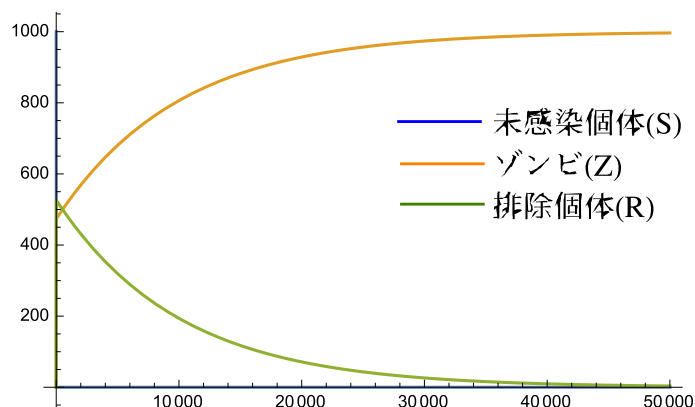


図 10: $t \rightarrow \infty$

参考文献

- [1] Morris W. Hirsch, Stephen Smale, Robert L. Devaney 著, 桐木紳, 三波篤郎, 谷川清隆, 辻井正人訳, 力学系入門-微分方程式からカオスまで-, 共立出版 原著第3版, pp237-239 (2017).
- [2] 佐藤總夫著, 自然の数理と社会の数理-微分方程式で解析する-, 日本評論社, pp166-180 (1987)
- [3] 瀬野裕美著, 数理生物学講義【基礎編】数理モデル解析の初歩, 共立出版, pp112-126 (2016)
- [4] 稲葉寿著, インフルエンザ流行-数理モデル, 総合臨牀, vol52, No10, pp.2700-2706 (2003)

- [5] Philip Munz, Ioan Hudea, Joe Imad, Robert J. Smith?著, When zombies attack!: Mathematical modelling of an outbreak of zombie infection. In infectious Disease Modelling Research Progress J.M. Tchuenche and C. Chiyaka,eds., Nova Science, Hap-puage, NY 2009, pp.133-156